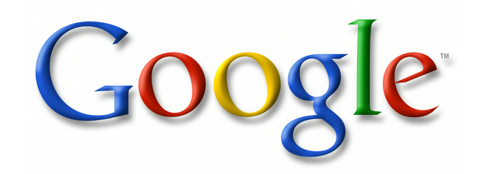
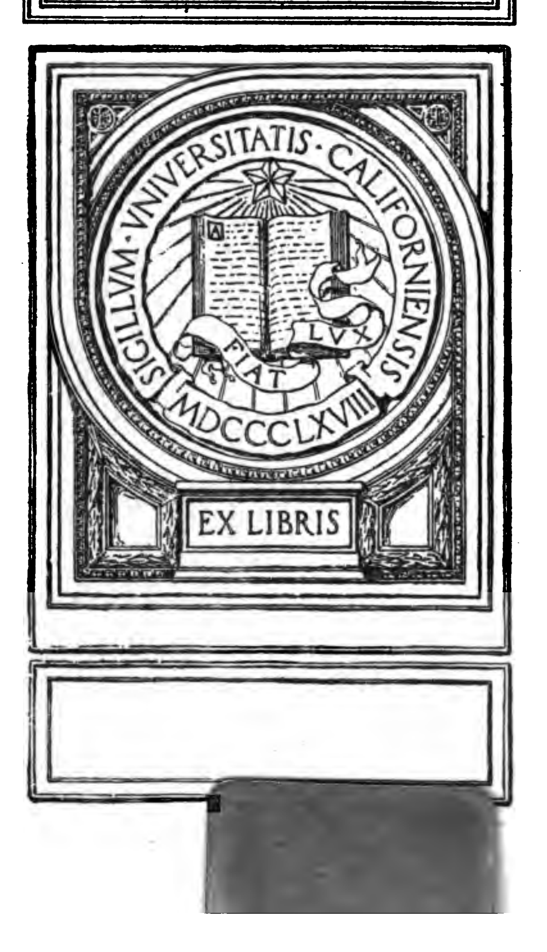





SIGILLVM · VNIVERSITATIS · CALIFORNIENSIS
FIAT
LVX
MDCCCLXVIII
EX LIBRIS



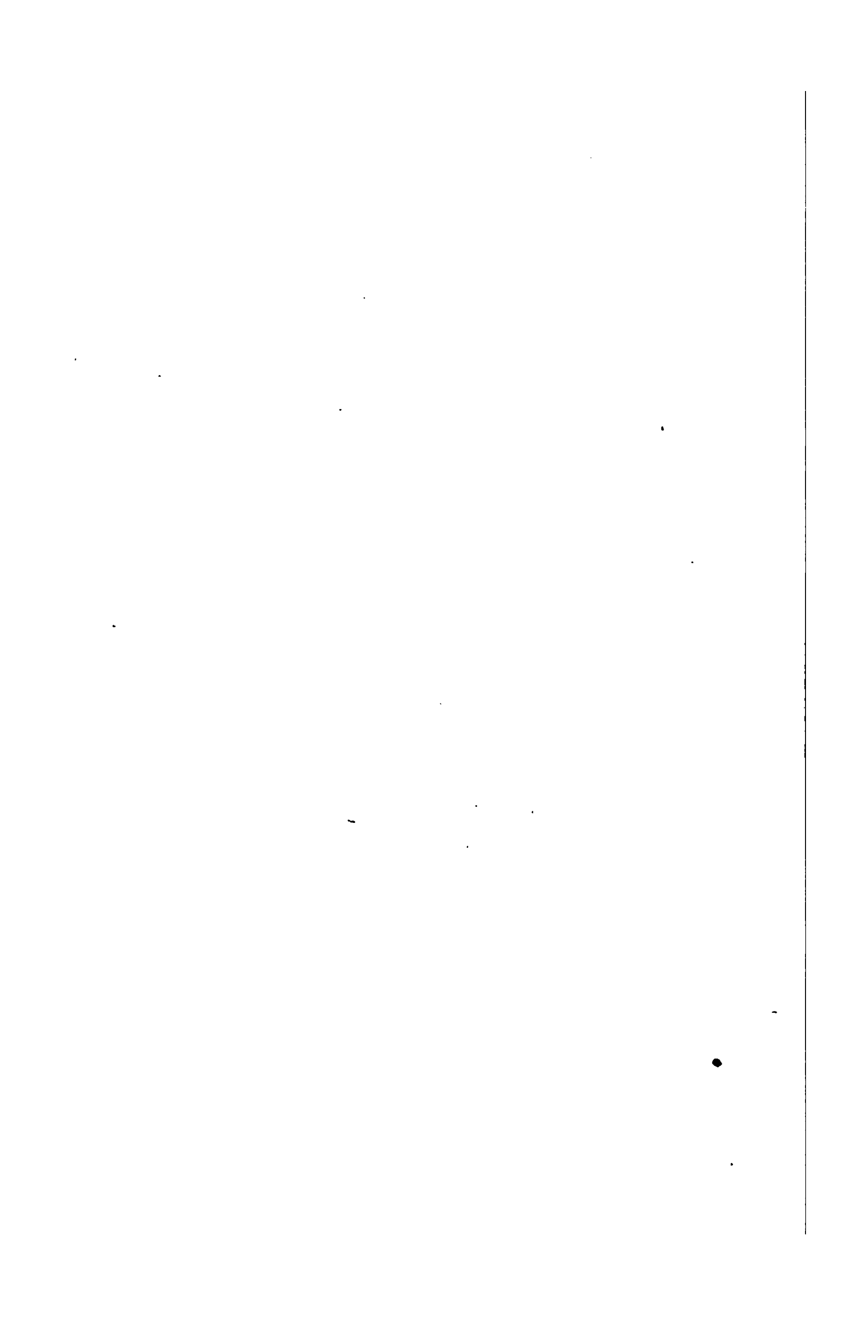
Diego Ruiz

ENEALOGÍA DE LOS SÍMBOLOS



MOS Ptas. 0'75 cada uno
s - HENRICH Y C.ía - Barcelona

GENEALOGÍA DE LOS SÍMBOLOS



BIBLIOTECA SOCIOLÓGICA INTERNACIONAL

DIEGO RUIZ

DOCTOR DE LA UNIVERSIDAD DE BOLONIA

GENEALOGÍA DE LOS SÍMBOLOS

(PRINCIPIOS DE UNA CIENCIA DEDUCTIVA)

Tomo I

BARCELONA.—1905

IMPRENTA DE HENRICH Y COMP.ª EN C.—EDITORES

Córcega, 348

A Ernesto Mach,

en quien revive hoy la vocación

científica del siglo XVII.

PRÓLOGO

El punto capital de esta exposición se hallará en el libro II, con el título de *Porismas*. En esas proposiciones, y en los conceptos más generales de que dependen, están sintetizados los principios; y el resto de la obra puede considerarse como un comentario.

El lector debe, desde ahora, tener presente que el método con que se desarrolla esta exposición es una de las aplicaciones principales de la doctrina de todo el libro; y además que existe una diferencia fundamental entre *símbolo*, en un sentido más ó menos familiar, y símbolo en el concepto científico; comparable, hasta cierto punto, con la diferencia reconocida entre *fenómeno*, en la acepción corriente, y fenómeno, en el sentido de la psicología ó de la física.

El método seguido consiste en colocar constantemente al lector en las condiciones de un investigador que ha reconocido la falsedad de las definiciones-connotaciones. Alcanzado este punto de sinceridad especulativa, realiza los descubrimientos en una esfera extraña al insuficiente *ars inveniendi*, y en virtud sólo de la tendencia á la expresión. Este método está, pues, colocado *antes* de toda crítica y *antes* también de toda lógica como arte de la prueba ó de la invención ó de la dirección racional, etc. En efecto, aun cuando el desarrollo de este método depende de la crítica de la definición, esta crítica no se hace sino desde el punto de vista de la unidad de los juicios analítico y sintético, es decir, «la expresión (en el sentido más amplio) como un símbolo». Todo espíritu atento estará, pues, dispuesto á reconocer, entre el sentido más ó menos vago con que suele usarse hoy esta palabra y su acepción científica, la misma *semejanza* memorable que Spinoza *reconocía* entre el perro, constelación, y el perro, animal terrestre.

***

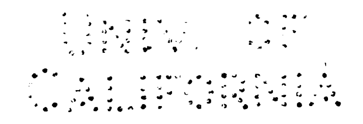
La primera indicación de este libro apareció en la *Revue philosophique des Hautes Etudes* (vol. 66, a. 19), en una exposición donde quedaron resu-

midas, en forma polémica, algunas cuestiones iniciales. Pero el desarrollo completo tuvo que aplazarse por algún tiempo.

Tal como hoy aparece, por la eficacia de un editor culto y activo, el manuscrito de esta obra fué preparado y compuesto, casi en su totalidad, durante dos años de residencia en Italia. En ese tiempo, el autor de este libro se vió reducido á vivir en el Colegio español de Bolonia, en un círculo de filisteos doctorados, ó en vías de doctorarse. La situación intelectual de aquel «centro de estudios» fué, en esta época, de una miseria increíble, principalmente á causa de la inhabilidad pedagógica y de la torpeza de su jefe. Una comunidad de hombres jóvenes, como la que el Gobierno de España sostiene aún en una nación extranjera, sólo puede ser provechosa si un interés común por el estudio emplea constantemente en una obra de empeño todos los entusiasmos de la *amistad;* pero un frívolo puesto al frente de todos, es con frecuencia un espectáculo desmoralizador para los trabajadores y hasta para los más claramente dotados.

En el retraimiento, pues, procuré dar forma á algunas ideas apuntadas, ó sólo en parte desarrolladas desde hacía tiempo que sólo aguardaban la tranquilidad y los datos que conseguí al

fin. Y cuando la *amistad* fué necesaria á esas ideas, la hallé en mis viajes y en la misma ciudad donde habitualmente residía. A una de esas amistades debí la ocasión de consultar con el escritor extraordinario de la *Mecánica* y del *Análisis de las sensaciones*, á quien, por reconocimiento, va dedicado este libro.



INTRODUCCIÓN

PARTE PRIMERA

I

§ 1. Si se define la ley como una relación de los fenómenos, no se puede decir que el fenómeno se explica por la ley. Pues ha de considerarse siempre el fenómeno como un sujeto en posesión de sus atributos, y, por consiguiente, en «el orden lógico de las relaciones». Pero entonces, sostener que un fenómeno se explica por una ley, es decir que se explica por otro fenómeno: y, en fin es decir que el fenómeno tiene, en sí mismo, su razón determinante.

Para evitar esta conclusión, es preciso añadir á la definición de ley un nuevo término. Intento saber en qué consiste el verdadero espiritu de esta última evaluación lógica; las reflexiones que propongo sobre este punto informan un sistema de las ciencias deductivas, cuya exposición detenida no corresponde al ensayo sobre las primeras definiciones.

§ 2. Tratando de establecer deductivamente un método, el investigador profesa un evidente opti-

mismo intelectual. La gloria del platonismo es la identidad del principio de perfección y del principio de determinación; pero sólo llega á tal identidad por el antiguo método de establecer un dualismo dialéctico entre lo indeterminado y lo definido. La desgraciada propensión del espíritu á fijarse preferentemente en la parte accidental de los procedimientos que emplea, será siempre, tal vez, el obstáculo más serio para la constitución de un símbolo científico definitivo. Si el hombre tuviera la facultad perfecta de definir las cosas genéticamente, el desarrollo natural de un método sería integral; pero esa facultad es muy limitada, y, muchas veces, se presenta en contacto con una tendencia humana á fijarse en las partes accesorias del método. «Homines quærunt veritatem in microcosmis suis, non in mondo majori», dice la máxima tan preferida de Bacon. Por la energía con que las expresiones son proyectadas fuera del yo, y por el *tono* de que van animadas, el yo es atraído hacia sus propias expresiones. Esta atracción hace que se detenga en la superficie de las cosas, mucho antes de que pueda descender á una visión distinta de las partes. La conducta general de los hombres que no han conseguido llegar á esta visión distinta, se refiere siempre al conjunto superficial de las expresiones, y de ahí que se vean inclinados á la sensualidad ó naturalmente arrastrados á la fogosidad y á la pasión. Una ley perfectamente harmónica con la ley que preside el progreso de los conocimientos, dirige nuestras acciones: el espíritu ve conjuntos, mucho antes que distinga los detalles. La intervención del análisis es el primer paso del hombre hacia su liberación. La visión distinta nos hace poner todo el entusiasmo, no en las cosas, sino en sus principios. Una misma ley rige nuestras expresiones, ya se trate de un objeto sensible ó de un razonamiento. La oposición de la

«esencia» y del «accidente» tiene su origen moderno en la oposición entre el orden de las cosas posibles y el orden de las cosas reales: «cosas dadas», del *Discours de la conformité.* Tal oposición, á pesar de todo enteramente platónica, fundará la teoría de la relatividad del conocimiento. Termina, no obstante, con un optimismo muy extremado: el pesimismo dependerá también de este optimismo intelectual, pues el razonamiento no puede ser más manifiesto: «entre todas las cosas posibles, se ha escogido la peor».

§ 3. La división de los juicios en explicativos y extensivos será tal vez una distinción establecida para siempre; pero sólo llegará á ser verdaderamente útil cuando se revele el tipo único del que los otros son manifestaciones. — Se ha de entender por *expresión*, en el sentido más general, todas las nociones y todos los objetos. Una noción, es una expresión pura; un objeto, es una expresión práctica. El espíritu es una potencia expresiva. No se trata del problema de la realidad del mundo exterior, ni de la correspondencia entre lo subjetivo y lo objetivo: estos dos grandes esfuerzos de los investigadores deben ceder ante la cuestión metódica de la unidad del hombre y de la definición de su poder expresivo.—Hay que entender por *imposición* el acto mental primitivo, en virtud del cual el espíritu produce las expresiones. Un nombre es una expresión que impongo á una cosa. Al nombrar las cosas, el espíritu realiza sus imposiciones más elementales. La relación entre «3» y «3 flores» es homóloga de la que existe entre «a» y «3». Una de las determinaciones de *a* es 3, y una de las determinaciones de 3 es el nombre de los objetos. Una imposición, pues, es una determinación formal en un campo de cosas posibles. La ley de causalidad, que constituye la materia de que están hechas mis per-

cepciones, se manifiesta á mi conciencia en forma de un instinto muy claro; hago siempre intuitivamente una reintegración inmediata de los atributos que descubro en mí mismo. Uno de los descubrimientos de Mill es haber sabido considerar la uniformidad de las leyes de la naturaleza como la premisa implícita de toda inferencia inductiva. Cuando se afirma que pensar es revestir de formas un objeto, se olvida que, la mayoría de veces, la expresión carece de una forma precisa racional: la tendencia de muchos espíritus dialécticos á concretar demasiado, explica perfectamente la duración de los debates y la persistencia de la crítica.

§ 4. Imagino *A*, una expresión dada en una serie lógica, y deseo permanecer fuera de todo subjetivismo. Sea una serie de proposiciones equivalentes: A, B, C, D... Por una hipótesis legítima, supongo que esta serie deriva de la expresión A.—A = los cuerpos son pesados. B = los cuerpos son graves. C = los cuerpos se atraen. D = los cuerpos guardan una relación fija según su masa y su distancia.—La serie de estas proposiciones tiene dos caracteres: 1.°, es ordenada; 2.°, es transitiva: los equivalentes se implican. *Pero,* en su conjunto, tienen necesidad de un principio. Psicológicamente sería preciso invocar siempre la actividad propia del espíritu; pero aun permanezco alejado del yo. El carácter transitivo exige que la razón de ser de la serie entera se encuentre en cada término; pero esto es afirmar que esta razón no es exclusiva. Se puede enunciar varios principios como la razón determinante del carácter transitivo de la serie; por ejemplo, el principio de consistencia ó de identidad. Y, sin embargo, no se trata de explicar el hecho mismo de una afirmación, sino de establecer la capacidad sintética de *cualquier* principio particular. Wolf ha comprendido sólo á medias el concepto de

la definición de una ciencia; sin embargo, en la parte que ha aprehendido razona con un rigor admirable. Sus definiciones de la psicología y de la física son verdaderos modelos. Cada ciencia está fijada por el carácter fundamental asignado por la tradición; pero se añade un carácter nuevo, y fijar este carácter es el mérito del enciclopedista. Pensar no es únicamente establecer relaciones entre el sujeto y el objeto: una teoría de la ciencia debe ser una teoría de la causa. El modo de definir de Wolf es de un método unificado en todas las ramas científicas admitidas en su Enciclopedia: «Pars philosophiae quae de anima agit, Psychologia a me appellari solet. Est itaque Psychologia scientia eorum quae per animas humanas possibilita sunt». Las dos partes de la definición son aquí evidentes: en un primer momento especulativo se limita la expresión científica, es decir, se da un objeto propio á la psicología; en el segundo momento este objeto es considerado como una especie de centro de proyección de varias formas posibles. Las posibilidades derivadas del objeto son también la materia de la ciencia.—El mismo criterio predomina en física. La define: 1.º, como la ciencia de los cuerpos; 2.º, de las posibilidades derivadas de los cuerpos. *(Lógica*, disc. prael. § 59). —Si yo imagino *A* como el término inicial de una serie de proposiciones, lo definiré, pues, como la posibilidad expresiva de todos los otros términos. *A* será, así, una expresión de los caracteres posibles de la serie. La discusión de Aug. Comte, en la segunda lección de su curso, sobre la preferencia del método histórico al método dogmático, acabó por la concordancia de ambos métodos y por la necesidad de poner al frente de la Enciclopedia el principio de la filiación de la ciencia. Su palabra es habitualmente profunda cuando desarrolla esta cuestión: «el punto de partida de la especie ha debido necesariamente

ser el mismo que el del individuo». Si A es el término inicial, impone su carácter á la serie. El método es la síntesis *formal* de las expresiones que se pueden reducir á un orden dialéctico.

Por su carácter impositivo, la ciencia es un triunfo sobre la opinión.

§ 5. Al nombrar las cosas mi espíritu las percibe una segunda vez y empieza á definirlas como expresiones prácticas. La relación entre *3* y *3 flores* es la misma relación que se descubre entre *a* y *3*. Pero si considero *a* como la posibilidad de una serie, todas las imposiciones que haga en adelante serán atributos ab initio de los nombres de los objetos. Ahora bien: el signo positivo ó negativo, es esencial al símbolo *a;* este signo será la unión potencial entre las determinaciones posibles de *3*. Una vez que he establecido la condición + 3 flores y — 3 flores, puedo aún imponer que las del signo positivo se encuentran á la derecha del jardín. De igual modo, sobre la línea AB fijo el punto O, y á todo el segmento á la derecha de este punto impongo el signo positivo. Se trata *ahora* de considerar las expresiones lógicas como dotadas de una actividad propia, estudiándolas, por ejemplo, como un naturalista que trata de establecer sus leyes de evolución: *a*, como principio de *3*, nos aparece como la posibilidad de *3*. Después del signo *a*, considerado como posibilidad pura de las expresiones, desde cero hasta el infinito, no es más que un vacío que me propongo llenar. La posibilidad absoluta de las determinaciones de *a*, en mi papel, sería + ó —, es decir, el mismo vacío. Con la reducción de la cantidad abstracta al signo que la califica, el campo de variabilidad es, sobre todo, una «dirección» más bien que un «segmento». — Figura qualitas, magnitudo quantitas, decía vigorosamente Wallis *(Institutio logicae*, pars I, c. VIII). La noción de variabilidad adquiere un ca-

rácter lógico cuando es concebida como un orden más bien que como una medida.

§ 6. Un juicio analítico se opone, en sus aplicaciones inmediatas, á un juicio sintético; pero, en la genealogía, ambos deben considerarse como la derivación directa de un solo tipo. El juicio analítico es una forma de hacer la imposición, diferente de la del juicio sintético; pero los dos participan de una materia que les es común. Cuando hago la imposición en una expresión práctica, ó en un modo de manifestarse un objeto, produzco un juicio analítico. En el juicio sintético traspaso los límites de la expresión práctica. El nombre es un símbolo de las percepciones: el objeto sensible es un nombre práctico y más complicado que doy á la realidad. Cuando mi juicio sintético produce el contacto de una expresión práctica con una expresión pura recibe otro nombre: se llama definición. Definir no es limitar un objeto, sino reducir sus caracteres á una genealogía. Si explico «3» por «a» y «3 flores» por «3», haré por la definición de estas nociones el esfuerzo más metódico que un investigador puede intentar. El juicio sintético à priori es el que debe llevar el nombre de juicio explicativo, más bien que el juicio analítico *(erlauterungsurtheile)*. «El método, dice el audaz reformador del *De intellectu emendatione*, no es otra cosa que el conocimiento reflexivo, es decir, la idea de la idea; y como no se posee la idea de la idea sino á condición de poseer primero la idea, no se poseerá tampoco el método mientras no sea á condición de poseer ante todo la idea.» Definir un objeto es reducirlo á un símbolo, y colocar este símbolo en el momento de su genealogía. Reducir un objeto á sus límites no es limitarlo: quien busca los límites de un objeto encuentra lo general y lo abstracto.

II

§ 7. En toda la teoría de la definición hay una antinomia profunda, cuyos términos son los siguientes: 1.°, se pide una expresión pura; 2.°, buscando esta expresión se llega á una posibilidad abstracta sin determinaciones. No se debe hablar, en ningún caso, de la definición como de una proposición verbal, ni como una suma de proposiciones esenciales. Estas dos tesis, defendidas y desarrolladas por Mill *(Logique*, I, 149), son lo más opuesto á la teoría de una ciencia deductiva. La primera tesis conduce al concepto de la definición como una enumeración; la segunda, parte de una noción puramente cuantitativa de las cuestiones que se discuten en lógica. «Si la definición es una exposición completa de la connotación, es todo lo que una definición debe ser». Pero, precisamente por tal vía estoy seguro de encontrar la indeterminación. El infinito no es lo incontable, sino lo que es perfecta y absolutamente ordenado. Al contrario, el principio de la Lógica de Wolf, que ha inspirado toda una escuela, supone la noción de lo *finito* independiente de su genealogía (1). Si la expresión se define sólo por lo que connota, se justifica la definición de un sujeto por la suma de sus atributos; pero entonces la ciencia se reduce á una especie de «dévidement» incompleto y aparente de las nociones, es decir, á una tecnología. Wolf es siempre oportuno y muy prudente en la manera de considerar las diversas partes de su Enciclopedia; pero el empirismo del principio citado reduce las ciencias á una colección de casos particulares. El filósofo, en este punto, no es fiel al

(1) Quicquid finitum est, sua determinata gaudet quantitate *(Lógica*, § 13).

espíritu de sus admirables definiciones de la física y de la psicología. Las tres ramas de conocimientos científicos — historia, filosofía, matemática, — forman categorías independientes, y la unidad es rechazada en términos muy claros (1). — Partiendo de principios más humildes, la escuela newtoniana se elevará á una teleología más sólida. Se trata, ante todo, de la imposición concreta de un carácter á toda la serie de los fenómenos naturales. «Podemos, decía Mac Laurin, proseguir la verdad confiadamente: la encontraremos siempre de acuerdo consigo misma.» Newton quería dar las bases para filosofar, pues partía de un punto fijo, y quería fundar la ciencia absoluta sobre evidencias (2). La reacción de la escuela escocesa contra Newton y Clarke es muy significativa. Ciertamente, la noción de una posibilidad pura, en las series lógicas, es una experiencia que el espíritu hace cuando está en posesión de los principios científicos; pero el espíritu no sabrá imponer un juicio sin la intuición de una ciencia absoluta y única. La distinción entre una verdad positiva y una verdad eterna, deriva directamente del pesimismo intelectual. Exigiendo que la definición sea una exposición completa de la connotación, Mill es un wolfiano.

§ 8. Si el analista puede reducir los valores de una curva al de las coordenadas, en virtud de una ecuación, es porque la curva, en sí misma, envuelve la posibilidad de esa ecuación. Por tanto, este ca-

---

(1) Aliud vero est nosse factum, aliud perspicere rationem facti, aliud denique determinare qualitatem rerum (§ 17).

(2) Spero autem quod vel hinc philosophandi modo, vel veriori alicui, principia hic posita lucem aliquam præebebant...

Nos autem non artibus sed philosophiæ consulentes. (*Principia*, préf.)

rácter deriva directamente del momento genealógico de su construcción en el espíritu, es decir, del momente de su aparición en la esfera intuitiva. El carácter algébrico de la curva explica su presencia en el espacio en tanto que es expresión (científica). El espíritu construye la curva en vista de la ecuación, como el matemático establece la ecuación en vista de la curva. El proceso científico es una investigación, por la vía refleja, de los procedimientos espontáneos empleados instantáneamente por el espíritu en sus expresiones. El espíritu hace sus imposiciones prácticas según una idea directriz que es precisamente la realidad de que la ciencia hará su objeto constante. La *nota* (1) de un símbolo, científico ó práctico, es el carácter fundamental, gracias al cual se dice no sólo que existe, sino también que debe existir. El símbolo sintetizado por su nota es la expresión lógica perfecta *(Notio clara)*. Un objeto sensible es una expresión lógica perfecta, elaborada en la esfera práctica ó afectiva. Si se debe definir una noción por su atributo esencial, y este atributo es una posibilidad de determinaciones, por relación á los otros atributos accidentales, una definición perfecta es imposible. Pero en la posibilidad de las expresiones consiste precisamente el hecho de la perfección de las cosas. He aquí por qué la ciencia es ilimitada; la distinción de una lógica constructiva y de una lógica crítica no puede subsistir sino en relación á una ciencia general de las leyes formales del pensamiento. Estas leyes son también las de la percepción. No debe repetirse, pues, que «en lógica todo lo que no es contradictorio es verdad» (Hamilton); sino «todo lo que es expresivo es verdad».

---

(1) *Notas* appello rebus intrinseca, unde agnoscuntur & a se invicem discernuntur (Wolf, *Lógica*, § 79).

§ 9. Los problemas y las cuestiones fundamentales no son descubiertas por el espíritu según un orden dialéctico de gradual complicación. Los fundamentos de la ciencia son reconocidos como tales, por la reflexión, cuando el genio ha realizado ya su obra. Cuando Leibniz y Newton meditaban sobre el problema de la tangente, y cuando discutían sobre el mérito y sobre la prioridad de sus soluciones, se creían llegados á una nueva ciencia deductiva, y precisamente á la base de esa ciencia. Pero, en el curso del tiempo, la base debía ser la fórmula del valor medio. Á cada parte del cálculo se puede asignar, con un criterio pedagógico ó dialéctico, una serie de principios fundamentales y aún una cuestión capital de donde procederían todos los descubrimientos: en el cálculo de las variaciones, la cuestión de los isoperímetros; en el cálculo infinitesimal, la fórmula de Taylor; en el cálculo de las diferencias finitas, la fórmula de Ampère; en la teoría de los grupos de transformación, el teorema de Lie. Pero todas estas cuestiones fundamentales no corresponden exactamente al desarrollo histórico de los descubrimientos. Cuando Lagrange se propuso el problema que lleva su nombre, fué inducido á la resolución por el método de los multiplicadores; pero este método, en su desarrollo, ofrecía puntos obscuros, como la relación á priori entre las ecuaciones diferenciales y las funciones desconocidas. Estas dificultades han sido, con el tiempo, vencidas afortunadamente por Meyer, Scheffer, etcétera: las demostraciones sólo han hecho confirmar á posteriori el camino abierto por la intuición. La independencia entre la serie pedagógica de las verdades y el orden histórico del desarrollo de los conocimientos, supone la integridad de todo el conjunto de una ciencia, en cada momento de la investigación, y el poder de reconstruir la ciencia entera

partiendo de una de sus expresiones particulares. El cuadro completo de una ciencia deductiva, mientras que se está á punto de descubrirla, está presente al espíritu que aborda una sola de sus cuestiones. Por esta visión potencial de toda la serie de evidencias será posible establecer luego una sola, como el fundamento de todas las demás. Toda la ciencia está entera en cada verdad particular: el desarrollo lógico de una serie de proposiciones está presente al espíritu á cada momento del descubrimiento. El investigador no está nunca aislado al empezar sus estudios; se halla en contacto con toda la realidad que va á explorar y de la cual una sola parte le será posible ver por reflexión. «Es verdad, dice Leibniz, que muchas veces un ejemplo, considerado casualmente, sirve de medio á un hombre ingenioso, para buscar la verdad general; pero cuesta todavía un triunfo, en muchas ocasiones, encontrarla.» *(Nouv. Ess.*, 4.º, c. VII, § 11). «Algunos han creído que Arquímedes ha encontrado la cuadratura de la parábola, pesando un trozo de madera cortado en forma parabólica y que esta experiencia particular le ha hecho encontrar la verdad general; pero los que conocen la penetración de este grande hombre ven bien que no necesitaba recurrir á esto.» — No se ha de buscar la unidad de un principio, de donde todos los otros derivarán, sino á condición de no ceder con demasiada facilidad á una especie de «politeísmo» respecto de las primeras evidencias. Sus límites y su jerarquía sólo tienen una forma. Mill ha hecho sobre esto una observación oportuna: «Dicen que Newton descubrió el teorema del binomio por inducción, elevando sucesivamente un binomio á cierto número de potencias, y comparando estas potencias entre sí hasta que descubrió la relación de la forma algébrica de cada potencia con el exponente de estas potencias y los

dos términos del binomio. El hecho no es improbable; pero un matemático como Newton, que parecía llegar *per saltum* á principios y conclusiones á las cuales los matemáticos comunes sólo llegan paso á paso, no pudo ciertamente, hacer la comparación sin elevarse al fundamento *a priori* de la ley.» *(Lógica, I, 328).* Cuando Bernouilli resolvió el problema de la braquistócrona, el cálculo de las variaciones no estaba aún establecido, según la serie *didáctica*, y en 1686, cuando Newton propuso la cuestión del sólido que camina á través de una masa líquida siguiendo la línea de la menor resistencia, el genio intuitivo atravesaba un momento difícil: el analista estableció su fórmula, sin demostrarla. Euler, Legendre, etc., han seguido las vías naturales para reducir la intuición á términos comprensibles. Antes de nacer Ampère, se dió la fórmula de una función, expresada por sus diferencias sucesivas á partir de un punto inicial.

§ 10. La doctrina de la definición necesita una revisión general sobre la base de un concepto más adecuado del atributo. Arrastrado por su deseo de fundar un principio, Wolf extiende sus ejemplos audazmente «in rebus immaterialibus»; pero definir no es hacer una ecuación. En toda definición, un elemento condicional se une á un elemento nominal, y están en íntima relación; pero los límites precisos de una expresión práctica serán, tal vez, siempre desconocidos; y sólo usando de gran prudencia, osará el hombre formularse juicios sobre la posibilidad ó la imposibilidad de las cosas. La proposición: «la parte es mayor que el todo» parecerá decididamente absurda; pero, considerando únicamente la genealogía, es decir, siendo *a* el principio de que resultará A, se ha de admitir la relación $a > A$, pues *a* implica, cualitativamente, una serie de determinaciones, *h*, hasta reproducir el término en

cuestión. — Un concepto, aun siendo particular, es indefinible é indivisible: todas las definiciones le convienen, y admite todas las divisiones. Hamilton es muy eficaz cuando justifica una frase que se complace en emplear: «concepto de individuo». Este concepto individual se forma por la concurrencia de varios conceptos generales. Un concepto individual es una especie de receptáculo de las expresiones, y, cuanto más individual es más difícil de definir, pues la síntesis es más intensa. La definición y la división, consideradas como límites impuestos á las cosas, son los obstáculos más serios para el progreso de un método. Esos eran los *errores menores*, que, en el primer libro *De Augmentis*, Bacon ha descrito con una elocuencia tan sobria y vigorosa: «praematura atque proterva reductio doctrinarum in artes et methodos» (§ 41). La definición última de una cosa por el atributo que parece *agotarla*, no es una noción nueva en las controversias: era el punto al cual Hobbes quiso reducir á Descartes cuando discutía sobre el sujeto-sustancia ó «cosa que piensa». Se exige tradicionalmente un carácter fundamental al criterio de evidencia: lo que es cierto es que debe harmonizarse con una expresión prestablecida. «Lo imposible» es la repugnancia de una expresión á sufrir juicio sintético. Cuando el espíritu llega á intuir distintamente los límites de un símbolo, llama imposible á cualquiera otra imposición. Por esta idea se explica el paso de un concepto á otro. Lo imposible se refiere, sobre todo, á esta conversión. En épocas desprovistas de vocación científica, lo inconcebible y lo imposible han sido definidos siempre en relación con el criterio de evidencia. Nuestras expresiones parecen esquemas construídos, y todo el esfuerzo de la ciencia tiende á liberarnos de los preconceptos.

III

§ 11. Ha sido preciso que la más elevada ciencia estuviese siempre presente, en estado latente, en el espíritu para que el hombre se propusiera las primeras certezas. El axioma es una generalización potente y rápida, realizada en vista de casos particulares que, con el curso del tiempo, el espíritu reflexivo descubrirá.

La demostración es una vuelta del espíritu á sus imposiciones fundamentales; en otro orden, es el signo de la extrema limitación del cerebro para recibir varias nociones simultáneamente. La simplicidad de los términos de una demostración es el carácter más lógico que el espíritu exige de sus propias construcciones. Tal es el sentido íntimo de la antigua sentencia de la Escuela: in demonstrationibus non plura contineri debent.

§ 12. La demostración es la *sucesión* y el teorema es la *coexistencia*. Un axioma no es más que esta coexistencia, percibida con la claridad y simplicidad de una sucesión. La demostración ofrece al espíritu varias evidencias encadenadas: el espíritu ve desfilar la génesis, el desarrollo, el punto final de las series de las verdades aisladas. El hombre puede realizar maravillosos progresos por vía reflexiva, porque tiene la capacidad de reemplazar las intuiciones complejas por principios más sencillos, y el arte de saber integrar estos principios á fin de que restablezcan la intuición primitiva. El cálculo no hubiera podido constituirse con el esplendor de hoy, sin el teorema fundamental de la sustitución de los infinitesimales. Constantemente se observa, en la génesis científica de las cuestiones, el doble juego de una fuerza de progreso, puro según la cual el espíritu descubre relaciones nuevas, y de otra fuerza de reintegración. Ahora bien,

estas manifestaciones tienen un límite. Pero podemos imaginar siempre alejado este límite, y entonces habremos de admitir una intuición inmediata de todas las verdades que la reflexión descubra. Así, el hombre más vulgar construye el mundo con los principios invariables de una geometría y de un cálculo cuyo compendio es cada axioma, cada principio de «selfevidence».—No se debe hablar de un conflicto entre la lógica y la intuición. Sería volver al dualismo del λογος y del αλογος, dualismo perjudicial en antropología, en lógica, en moral.

§ 13. Es preciso asignar dos caracteres al axioma: 1.°, se impone á la experiencia; 2.°, se deduce necesariamente de cada experiencia.

Estos caracteres nos impiden definir el axioma como «principio sin demostraciones», pues no hay ningún principio científico cuya deducción inmediata no sea un axioma. Es muy instructivo observar que, en la historia de las innovaciones en matemáticas, el rigor se ha hecho esperar largo tiempo. Un *rigor intuitivo* ha precedido, de mucho, al rigor demostrativo. La fe profunda que los investigadores de los siglos XVII y XVIII tenían en los resultados de sus meditaciones, era tan justificada como la fe nuestra de hoy, después de los esfuerzos de tantos matemáticos. Se conocen las cartas de Leibniz en defensa de sus procedimientos; la frase de d'Alembert al joven que dudaba. Las *correcciones* impuestas por la nueva ciencia del espacio al espíritu griego, no contradicen este punto. Por la influencia de estas correcciones, no se reemplaza una intuición, alterándola para siempre, sino que se le abren nuevos horizontes. Todo el encadenamiento de las deducciones, desde el principio de las coordenadas de un punto (Lie, Riemann, Helmholtz) hasta la constitución de las tres geometrías, es una *serie de expresiones*, de un razonamiento único.

§ 14. «La imposibilidad» de demostrar los axiomas procede sólo del exceso de las demostraciones, y de la dificultad casi absoluta de seleccionarlas. La Escuela empleaba una frase muy elocuente al definir los axiomas, «proposiciones evidentes *ex terminis*». «Estaban persuadidos, dice Leibniz, de que la fuerza de la convicción se funda en la inteligencia de los términos, es decir, en el enlace de las ideas». (*Nouv. Ess.* 4.° VII, § 1.) — No se debe aceptar las discusiones que intentan establecer una relación entre el lema, el axioma y la demostración. En estas controversias, se busca la prioridad *cronológica* de las diversas partes del razonamiento. El absurdo fundamental es atribuir la noción del tiempo á verdades que subsisten simultáneamente en la intuición. No se trata de la manera como se reunen las ideas, sino de su adhesión final. Teófilo no ha razonado nunca tan sabiamente contra el expositor de Locke, como cuando refutaba las extrañas opiniones del autor del *Ensayo* sobre el carácter axiomático de las relaciones entre los objetos. El enorme poder sintético acumulado en el axioma se manifiesta por la capacidad de engendrar diversos órdenes de posibilidades científicas. La historia de la ciencia es la historia de los esfuerzos humanos por establecer un equilibrio entre la intuición y la expresión, es decir, entre la posibilidad pura del desarrollo de un axioma, y los términos lógicos de este desarrollo.

§ 15. El ordenamiento matemático de toda la ciencia, *desiderata* de los investigadores, no consiste en establecer la ecuación del mundo ni en construir el triedro perfecto, sino en aplicar las imposiciones lógicas á las experiencias sensibles, de suerte que, partiendo de cualquiera verdad particular, se llegue á la intuición distinta de toda la serie de posibles manifestaciones dialécticas. Cada percepción exige un proceso de génesis. Todos nues-

tros conceptos son esquemas de la realidad, y los objetos son expresiones prácticas. El principio de identidad nos obliga á aceptar las «formas equivalentes» del pensamiento; pero no se sabría dar una explicación científica de la equipolencia ó de la inferencia sin admitir la capacidad receptiva de una forma típica de expresión. Un principio particular es la síntesis de una serie de nociones generales. «Indicia aequipollentia dicumtur quibus eadem notio complexa respondet» (1). Como guiados por un constante espíritu inventor, percibimos las cosas, olvidando absolutamente toda la geometría, la acústica, la óptica, la mecánica, ciencias potenciales con las cuales nos *expresamos*.—Muchas veces, el artista no puede definir tampoco los elementos íntimos de su arte ni el hecho de la inspiración.—La percepción más tranquila y habitual, representa un enorme gasto de fuerzas afectivas y de razonamientos. La lógica que cada hombre practica instintivamente, no es la única ciencia que conoce antes de que se proponga el conocimiento directo;—la tesis de otros tiempos sobre la correspondencia entre lo objetivo y lo subjetivo, desaparece, porque se reduce á la cuestión; la expresión, ¿existe? ó bien: la expresión, ¿es idéntica á sí misma? Descartes supo tomar una admirable posición contra Hobbes: «he probado que Dios existe antes de examinar si había un mundo creado por él». Las necesidades dialécticas de nuestro espíritu, exigen el principio de la potencialidad preempírica de toda la ciencia.—$\int$, la suma de ***infinitos infinitesimales***, supone ya estos ***infinitesimales***. Lógicamente es el principio de la inferencia de lo particular á lo general. Pero cada infinitesimal supone todos los otros, en acto. Un infinitesimal de un orden dado sólo podría subsis-

(1) Wolf. *Lógica*, § 278.

tir por la absorción de todos los otros en este orden. Lógicamente, es la inferencia de lo general á lo particular.

Así como se puede asegurar que la lógica no hará un solo progreso que no esté ya contenido en las mismas leyes del pensamiento, del mismo modo podemos aplicar esta tesis á la física en un sentido general. El especulador contemporáneo no puede sostener la imposibilidad de la definición—connotación — empleando los mismos argumentos de los cínicos sobre la separación absoluta de los géneros, sino volviendo á la tesis de la participación absoluta de las ideas, problema propuesto por el genio antiguo y resuelto diversamente á través de las épocas. No hay ecuación en las proposiciones lógicas. La ecuación sólo puede subsistir en vista de una completa percepción de los factores que componen la síntesis afectiva. Todas mis ideas proceden de las cosas, precisamente porque las cosas están formadas con mis ideas, reunidas y vivificadas por las emociones. El sentimiento es una potencia creadora; hace plásticos mis juicios y les da un lugar en el espacio. Un arte elemental es tan indispensable como la lógica potencial. Un dato sensible envuelve la posibilidad de muchas determinaciones; lo particular es un agregado de ideas dotadas de una energía capaz de reunirlas. Me reconozco á mí mismo como una síntesis; mi conciencia es el punto final de las expresiones que tengo la costumbre de llamar incognoscibles. La conciencia del hombre es una expresión práctica: cualquiera otra explicación implicaría el círculo vicioso descubierto por Locke en su crítica del entusiasmo: «es una revelación porque lo veo fuertemente, y lo veo fuertemente porque es una revelación». *(Essai*, 4.° XIX, 1).

§ 16. «*La Razón:* Tú, que quieres conocer, ¿sabes si existes? *Agustín:* Lo sé. *La Razon:* ¿Cómo lo

sabes? *Agustín:* Lo ignoro.» He aquí la noción más profunda de la personalidad. Yo pienso: ¿á quién digo esto? Hablo á mi razón. Pero, ¿quién habla, cuando digo: pienso? No es mi razón, sino yo. En la percepción que el hombre tiene de sí mismo como una notación simbólica y en la continuidad de este símbolo á través de las imposiciones, es preciso buscar la explicación de la persistencia del individuo; de esta unidad derivará el concepto de una materia y de una energía eternas, así como una proyección sobre las cosas. Esta es el primer paso que el investigador puede adelantar desde la dialéctica á la práctica. El salvaje, que no sabrá contar hasta cinco, produce una ley de coexistencia en el simple hecho de la percepción del espacio. El desacuerdo entre las manifestaciones intelectuales de una tendencia y su poder práctico, explica todo el mecanismo de la ciencia. Desde el niño á Steiner ó á Gauss, una misma intuición pugna por revelarse. El niño y el salvaje tienen ambos la energía latente para concebir y escribir las difíciles «Disquisitiones aritmeticae». Toda demostración es una verificación y toda conclusión no contiene nada extraño á las premisas. Un objeto sensible es una *conclusión*, una verificación, y el punto de partida de otras conclusiones y verificaciones. La noción más alta del espíritu es la de antecedente; es al mismo tiempo la noción más práctica, pues la idea que tengo de una causa deriva de la noción confusa de un esfuerzo intelectual, presente en el hecho de la sensación. La prueba más elevada de una vocación filosófica, es la tendencia á reconocer la unión entre este esfuerzo y las cosas. Si la acción de la inteligencia es una vida, percibir la actualidad de esta vida, es llegar á la perfección. Podemos colocarnos en la genealogía de las cosas, considerando lo particular como una síntesis. La *demostración* es la atención

dirigida hacia el teorema, aislando las evidencias primitivas. El axioma es la atención intuitiva dirigida hacia la serie de las experiencias futuras y de los teoremas, que ha de descubrir la reflexión. Estas dos clases de atención difieren por intensidad y por claridad; pero, lógicamente, el axioma no podría subsistir sin la visión de *todos* los teoremas. El axioma es, sobre todo, una *necesidad* que me asedia: la sensación es la síntesis de muchas de estas necesidades, dotadas de una fuerza proyectiva capaz de fijarlas y organizarlas en un punto del espacio.

PARTE SEGUNDA

I

§ 17. Por semejanza con el útil tecnicismo del geómetra, yo llamaría lugar lógico ó campo lógico de un pensamiento, de una serie de pensamientos ó de un conjunto de pensamientos sin conexión estrecha, á la forma lógica más amplia que los contiene y los explica. Mientras discurro, me expreso. Pues bien: el lugar lógico de mis expresiones figuradas es el *espacio*, etc.

Supongo que discurro constituyendo una proposición idéntica á otra, y el campo lógico de estas expresiones será el principio de identidad; y, si las proposiciones son contradictorias, el principio de contradicción.—Como me expreso por juicios, mis expresiones están naturalmente dispuestas en series; pero con frecuencia observo que estas series están interrumpidas, y entonces mi propósito es averiguar en virtud de qué razón la expresión subsiste. La razón de permanencia es la fundamental.

El campo lógico es la posibilidad de mis expresiones. Unas expresiones son, á su vez, *lugares* de otras. Una expresión situada en su lugar, es un Símbolo.

El símbolo es un nombre que impongo en un campo de cosas ó expresiones posibles.

§ 18. Hay que colocarse en un punto de vista enteramente objetivo, facilitando el estudio de las leyes por la siguiente hipótesis: Las imposiciones están dotadas de una espontaneidad fundamental, y toman su origen *directamente*, sin intermedio del acto creador de nuestra inteligencia. Esta convención tiene la virtud de poner al investigador en las más favorables condiciones para el estudio objetivo de los conjuntos y de las notas.

§ 19. El símbolo conserva sus caracteres esenciales en todo el *trayecto* que recorre, desde su aparición. En una serie á simple entrada podemos desde luego presentarnos una cuestión capital: ¿cuáles son las leyes de la genealogía de a_n? Si llegamos á resolver este problema, resolveremos *ex terminis* otra cuestión urgente: ¿cuáles son los caracteres fundamentales por los que el símbolo *persiste?* En este último momento crítico, el analista hace una especie de retorno á sus propias especulaciones, colocándose él mismo en el momento genealógico (§ 18); pero pasa inmediatamente á considerar la *razón de persistencia*, es decir, las condiciones que dan estabilidad al símbolo. Y, en fin, mide el *límite de dicha estabilidad.*

En virtud de varias modificaciones, el símbolo primitivo se desvanece, pero *prolonga su carácter* fundamental en una serie de doble entrada, cuya representación gráfica exige un sistema de coordenadas. Ahora bien, en este nuevo signo representativo, *n* no pierde su carácter de «orden de sucesión». Este *orden* se conserva en el espacio, con el mismo rigor que en la serie algébrica. *Se pasa de una serie de simple entrada á una serie de doble entrada, sin alterar las condiciones genéticas.*

La persistencia de los caracteres asimila la diso-

lución de un signo á su genealogía, por la identificación de los dos procesos lógicos. Esta paradoja matemática aclara otras cuestiones.

§ 20. COROLARIO I.—Por la ley de la identificación, se concibe la posibilidad de aplicar un límite al segundo símbolo creado. *Este límite es la derivación, por vía directa, del primer límite*. Esto es lo que se puede anunciar por el teorema: toda serie de doble entrada («segundo símbolo») es reductible á una serie de números linealmente expresada.

COROLARIO II.—La propiedad de los símbolos derivados de las imposiciones secundarias de poder reducirse á otros símbolos, explica los progresos del cálculo. Esta propiedad—fundada en la equipolencia de los procesos de genealogía y de disolución—es un atributo general de todas las fórmulas que proceden de la notación a_n (cuando se considera a permanente y n variable).—Así como hemos impuesto dos valores á n, podremos imponerle n valores, y entonces creamos las series de n^{ma} entrada. La complicación de una prolongación indefinida de valores, es verdaderamente extraordinaria, tanto en la representación gráfica como en los desarrollos lógicos y algébricos; pero el investigador puede allanar las dificultades, reduciendo un índice cualquiera al caso particular de una serie de doble entrada. Y de una serie de doble entrada, es fácil pasar á una serie lineal.

COROLARIO III.—El silogismo consiste en la sucesiva aplicación de las imposiciones, y en la reintegración de los símbolos creados, *según la ley de disolución y de génesis*.

II

§ 21. El calculista no cuenta con un instrumento útil hasta que no ha llegado á constituir la *imposi-*

ción, es decir, hasta que no ha dotado á ésta del poder de participar de nuevas imposiciones. La condición necesaria es que la *imposición* no pierda nunca su carácter y que se retarde la *disolución* de las series constituídas. Todo el esfuerzo del calculista se emplea en conseguir tal resultado, al cual se subordinan todos los restantes, como el efecto á la causa. En la teoría analítica de las cónicas, se parte del establecimiento de los datos fundamentales A, B, C. —*A* (discriminante) (1) *B*, (complemento), *C* (invariante, en el caso de coordinadas ortogonales).—De ellos se engendrarán las curvas contenidas en la *ponibilitas*.

Se empieza por dar al postulado fundamental toda su amplitud, en sus aplicaciones; y, puesto que *C* es una invariante, sólo se consideran los signos *A* y *B*. —Puestos frente á frente, se les aplica la regla que preside á los axiomas dependientes del principio de nulidad, y se anulan sucesivamente los valores. Mientras *A* se confunde con *cero*, *B* va tomando todos los valores posibles (mayor, menor, igual que el *tipo dado*); luego se hace á *A* diversa de cero, y *B* continúa ocupando las mismas posiciones. El investigador ahora deducirá las nuevas calidades de las curvas.

Como se ve, la máxima tendencia á la simplificación, que impuso los signos *A*, *B*, *C*, será la tendencia que presidirá á las nuevas imposiciones de tales signos. Se procede por eliminación, dejando á *C* constante, acentuando todo el carácter de variabilidad sobre *B* y reduciendo al mínimum las posiciones de *A*.

---

(1) $$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

¿Cómo se llega á la invariabilidad de C? Por *restas* á su valor. Establecido este valor

$$C = a_{11} + a_{22} - 2a_{12} \cos. w$$

(siendo w el ángulo de los dos ejes cartesianos oblicuos) el miembro señalado con el signo negativo desaparece ante la consideración de coordenadas ortogonales. La suma $a_{11} + a_{22}$ permanece inalterable, por la condición máxima de ortogonalidad en los ejes de coordenadas.

Así, tenemos:

C — fija.

A — posición estable y asignada á tiempo.

B — variable incondicional.

1.ª posición de A (diversa de cero).

Las posiciones de B, son: $B > 0$, $B < 0$, $B = 0$. El calculista, trasladando estos valores, impone asignaciones geométricas á cada una de las tres posiciones de *B*. — $B > 0$ (elipse); $B < 0$ (hipérbole); $B = 0$ (parábola).

2.ª posición de A (igual á cero).

Desaparecen las cónicas. En las diversas posiciones de *B* se obtienen haces rectas.

Para $B > 0$, rectas imaginarias que se encuentran en un punto real, á distancia finita; para $B < 0$, rectas reales que se encuentran en un punto real á distancia infinita; para $B = 0$, se trata de rectas paralelas (reales ó imaginarias) ó bien de dos rectas que coinciden *(contención absoluta de la condición de paralelismo)*.

TEORÍA DE LAS CUÁDRICAS

§ 22. I. *Primer momento de la investigación.*— Datos fundamentales son: 1.° Una ecuación racional, entera, del segundo grado (entre las coordenadas cartesianas de un punto en el espacio) contiene

10 coeficientes. 2.° La cuádrica está representada por tal ecuación. *Segundo momento.* De los diez coeficientes dados, se aparta un tipo fundamental independiente, mientras que los demás restantes se relacionan con este tipo. Habrá así *nueve* relaciones, cuya expresión geométrica es conocida: *una cuádrica está determinada, si se conoce 9 puntos por los cuales debe pasar ó bien 9 planos con los cuales entre en contacto.*

II. Si conservamos la notación empleada para las cónicas, los signos *A*, *B*, *C*, *D*, indicarán las relaciones necesarias para que tenga lugar la imposición de las diversas formas geométricas. En una primera consideración, se iguala á cero los dos signos *A* y *B*. Si A = 0, se tiene los conos; si B = 0, los paraboloides; si A y B son iguales á cero, los cilindros. — En un segundo momento, se considera *B* como tipo de imposiciones alrededor del cual se agrupan otros signos. De aquí dos condiciones fundamentales: 1.° B = 0. 2.° *B*, diversa de cero. A estas dos condiciones corresponden dos grupos de figuras.

III. La investigación que es preciso emprender: 1.°, del grado de síntesis á que pueden reducirse los términos mismos de la imposición inicial; 2.°, del grado de unidad que puede conseguirse en todo el trayecto recorrido por las notaciones. El especulador, además del *tipo único* que escoge (como referencia general) necesita establecer otro *tipo auxiliar*. En el caso de que tratamos, cuando B = 0, puede considerarse las variaciones de *A*, de *C*, de *D* como tipo auxiliar; pero es preciso que tales variaciones resulten lo más *completas*, es decir, que comprendan toda la serie de valores (mayor, menor, igual á cero), en un *trayecto continuo*. Ahora bien, esta ley no se verifica nunca, en el caso aquí considerado; para *D:* D puede ser mayor ó menor que cero;

cuando se hace igual, resultan otra serie de construcciones que, como veremos más adelante, se relacionan con la *equilateralidad*.

La selección, pues, está ó debe hacerse entre A y C. Ambas pueden, en efecto, tomar los tres valores de igual, mayor, menor que cero.

IV. Pero *A* todavía puede considerarse más completo, en el sentido de que admite una derivación (Aij) ó complemento algébrico. A, pues, realiza el tipo de la plenitud, mejor que los otros signos. El método usado de imposiciones graduadas constituye necesariamente una serie jerárquica que queda establecida á posteriori. Los signos considerados, A, B, C, D, constituyen esta jerarquía por el orden siguiente: B, D, C, A, de menor á mayor complicación. De los tres valores que se pueden dar, B C la imposición ó símbolo tipo, toma uno solo: es igual á cero; D toma dos valores: mayor ó menor que cero; *C* toma los tres valores. C sería el tipo máximo de complicación; pero *A*, á más de los tres valores, admite un cuarto (A_{ij}), el complemento algébrico de aij en el determinante *A* (1). La nueva cualidad de *A* resulta, pues, extraída de sí mismo.

V. Constituída la doble notación simbólica entre B y A, permaneciendo B igual á cero, las variaciones máximas de A se alejarán de este valor invariable; otras se acercarán; otras coincidirán. Lo mismo puede decirse de las variaciones de *C*, que representa los tres valores (mayor, menor, igual). Así, pues, habrá una serie de relaciones representadas por los tres contactos de B, A y C, y esto no puede ser (por

---

$$(1) \quad A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

hipótesis) sino cuando A y C sean cero. Pero A, además de los tres valores de C, tiene un valor que se impone á sí misma (el complemento A_{ij},) en el determinante A. El contacto perfecto, será, pues, el de $B = C = A = A_{ij} = 0$. La síntesis ó simplificación está descubierta, y de ella se parte: *D* (por tener dos valores, y no ser nunca igual á cero) queda ipso facto libre de esa imposición, y podrá ponerse enfrente. Así el problema queda reducido á la confrontación de una igualdad con un elemento ó símbolo que une lógicamente.

En toda imposición hay siempre un elemento libre que sirve de término comparativo. Ahora, el contacto fundamental

$$B = 0$$
$$C = 0 \ , \ A = 0 \ , \ A_{ij} = 0 \ ,$$

puesto en relación con $D \gtrless 0$ da por resultado una construcción geométrica que se traduce así: «dos planos paralelos, reales distintos, imaginarios ó coincidentes.»

Pero aquella imposición típica sólo es un contacto inestable, pues hemos dicho que *C* y *A* toman sus valores sucesivos; á C le faltan aún dos y á A tres. Dejemos las tres condiciones las mismas y hagamos variar C: hagámosla menor que cero, es decir:

$$B = 0$$
$$C < 0 \quad D \lessgtr 0 \quad A_{ij} = 0$$

la traducción geométrica es: «dos planos reales que se encuentran en una recta á distancia finita. Aún le falta á *C* adquirir un nuevo valor: $C > 0$.

Es decir,

$$B = 0$$
$$C > 0 \quad D \gtrless 0 \quad A = 0 \quad A_{ij} = 0$$

la creación geométrica es: «dos planos imaginarios con una recta real á distancia finita».

Acabadas las variaciones de C empiezan las de A; pero si se rompe la condición misma del primer contacto, queda en pie su *tipo fundamental*, el cual tipo se irá transmitiendo de uno á otros elementos. En el contacto fundamental, A empieza sus variaciones perdiendo su complemento: pero las antiguas condiciones surgen como antes de las evoluciones de C; A sigue valiendo 0, como C y como B. *D* vuelve á ser el signo de la primera determinación. Analíticamente:

$$B = 0$$

$$C = 0\ ,\quad D \gtrless 0\quad ,\ A = 0\ .$$

Geométricamente se crea un cilindro de base parabólica.

VI. La pérdida de uño de los valores de A no ha alterado el tipo fundamental del contacto, del cual hemos partido; tampoco, pues, se alterará la movilidad de *C*, en la permanencia de los signos B y A igualados á cero y de D, no confundiéndose con cero nunca. C puede alejarse de cero, haciéndose mayor ó menor sin que varíen las condiciones fijadas. Analíticamente, pues, se presentan dos casos:

1.° $$B = 0$$

$$C < 0\quad D \gtrless 0\quad A = 0$$

2.° $$B = 0$$

$$C > 0\quad D \gtrless 0\quad A = 0$$

las creaciones geométricas correspondientes son: un cilindro de base hiperbólica y un cilindro de base elíptica.

En el tercer momento especulativo, el tipo del

contacto cambia radicalmente, conservando toda su potencialidad, no obstante esos cambios. Al símbolo *A* le faltan adquirir dos valores más; tomada como signo auxiliar de *B*, ha sido el sostén de C en la adquisición de los tres valores (mayor, menor é igual á cero); pero, por la hipótesis fundamental de que partimos, la cual es una condición precisa del establecimiento de la serie *A* es una variable. Pero al salir A *de la nada*, y al hacerse mayor ó menor de cero, la condición misma del contacto primitivo se sostiene; y así como en el estado estático los símbolos guardaban una cierta relación, el estado evolutivo reflejará esas condiciones que fueron indispensables al establecer la serie. Como han estado hasta aquí *A* y *C*, así continuarán. Hemos visto que necesariamente C se *alejaba* de A; pues ahora también se alejará: cuando A sea mayor que cero, C será menor y viceversa. De aquí dos únicas posibles representaciones:

1.° $B = 0$

$A > 0 \quad D \lessgtr 0 \quad C < 0$

2.° $B = 0$

$A < 0 \quad D \gtrless 0 \quad C > 0$

según las cuales se crean dos formas geométricas: el paraboloide hiperbólico y el paraboloide elíptico.

§ 23. ***Ley del cambio contrapuesto*, *entre la serie de valores ascendentes y descendentes*** (en las variaciones de *a* y *c*). En la aplicación de esta ley á un caso particular de geometría de las curvas de quinto orden, se impone á tales curvas los géneros 0, 1, 2, que, como se ve, forman serie ascendente; y se ve que las de género 0 tienen todas *una* curva doble de *6.° orden;* las de 1, de *5.°;* las de 2, de *4.°* (serie descendente).

§ 24. *Postuladó de Lógica.* El primer término, ó el término elegido como tipo, impone su carácter esencial á toda la serie.

§ 25. *Observaciones sobre el caso en que B toma un valor diverso de cero.* Así, la condición de equilibrio, cuando *b* se hacía igual á cero era la coincidencia de todos los valores de las variables en *cero*. Ahora *b* continúa siendo el tipo fundamental; pero (como *a* y *c*) también sufre la ley impuesta á toda cantidad, que es la del cambio; por esta ley la cantidad *es*. Y esa misma ley fundamental demuestra que la cantidad no puede ser sino ocasionalmente el objeto ó fin último de la Matemática.

Se trata de fijar la genealogía de la construcción lógica para el caso nuevamente considerado. Ante todo, tenemos una doble imposición. 1.ª, *b* varía de valor cero; 2.ª, la condición-eje de equilibrio no es la reducción de los términos á cero.

B procede escogiendo entre lòs símbolos el que más se le asemeja; *a* adoptó cuatro valores, *c* tres; *d* era el factor determinador (en la condición de equilibrio fundamental) el cual nunca se confundía con cero. Pues bien, ahora *d* será el símbolo auxiliar. Y, para condición fundamental de todo el sistema, se cumplirá que las variaciones de *b*, en las dos posiciones extremas á ambos lados de cero, que puede adoptar, serán siempre las mismas que los valores de *d*. Así se tendrá siempre, como notación simbólica fundamental, $bd>0$ ó bien $bd<0$. Esta coincidencia en las variaciones es la primera imposición y la más extrema que impone el término tipo á toda la serie.—Hemos dicho que tal término califica á la serie entera.—Para establecer la jerarquía será preciso encontrar un término más independiente que *d*, es decir con un nuevo valor que adoptar; sea c. Este nuevo valor se expresa perfectamente, sin salir de >0 y <0, sólo con esta condición: que *c* puede se-

guir sus variaciones sin necesidad de coincidir con el grupo *bd*. Así se puede dar el caso de que $bd>0$ y en cambio sea $c<0$. El término inmediato á c, es *a*. *a* debe adquirir un nuevo valor: puede ser no sólo mayor ó menor, sino también igual á cero.

Como se ve, pues, la jerarquía sigue siendo la misma que antes (b, d, c, a) aunque los valores relativos (precisamente por el ascenso de *b*) hayan sufrido alteraciones. En este caso la condición de estabilidad resulta:

I. $bd>0$
$a>0$ $c>0$ (elipsoide imaginario)

Y también

II. $bd<0$
$a<0$ $c<0$ (hiperboloide)

Tal es la coincidencia.

Desarrollemos cada uno de esos dos tipos fundamentales.

I. $bd>0$.) *a*, el elemento dotado de más movilidad realiza sus evoluciones, mientras c permanece en coincidencia con el grupo bd:

$bd>0$
$c>0$ $a<0$ (elipsoide real)

Y también

$bd>0$
$c>0$ $a=0$ (cono imaginario)

II. $bd<0$.) *a*, continúa variando
$bd<0$ $a>0$
$c<0$ (hiperboloide)

Y también

$bd<0$ $a=0$
$c<0$ (cono real)

d sólo puede separarse del grupo en que subsiste, para dar condición de equilateralidad á las figuras creadas. Así se expresa geométricamente que $d = 0$ es la condición necesaria para obtener un hiperboloide equilátero, ó un cono, etc.

§ 26. Cuando la cantidad es *una sola*, es decir, cuando la primera determinación de que se parte es única, resultan inmediatamente dos imposiciones:

1.° la cantidad se pone *n* veces á sí misma (lo que es axiomático);

2.°, el agrupamiento se establece según un cierto orden.

Así arrancando del símbolo *a*, podemos — en un primer momento especulativo—repetirlo en la serie de idénticos

$$a = a = a = a = a \ldots\ldots$$

En un segundo momento, le damos movilidad: (si es un punto, se traslada varias veces en el espacio, por ejemplo):

$$a \quad a \quad a \quad a \quad a$$

Esto supone un cierto orden, que podemos ahora (en un tercer momento) claramente indicar:

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \ldots\ldots \quad a_n$$

Del establecimiento de tal serie resulta un primer equilibrio entre la imp. y la «ponibilitas» que origina la notación simbólica ya expresada.

Continuemos, tomando por punto de partida ahora tal serie é imponiéndole las mismas modificaciones que impusimos al símbolo *a*.

I. La serie se pone á sí misma (en una relación de identidad).

II. La serie se destaca de sí misma (en una relación de igualdad):

$$
\begin{matrix}
a_1 & a_2 & a_3 \dots & a_n \\
. & . & . & . \\
. & . & . & . \\
. & . & . & . \\
a_1 & a_2 & a_3 \dots & a_n \\
. & . & . & . \\
. & . & . & . \\
. & . & . & .
\end{matrix}
$$

(indicaría, por ejemplo, la traslación de una serie de puntos, es decir, de una línea.)

III. Imposición de un *orden* á esas traslaciones.

De aquí resulta un *segundo equilibrio*, que puede expresarse:

$$a_{11} \quad a_{22} \quad a_{33} \dots \quad a_{nn}$$

Ahora tomamos este segundo símbolo por punto de partida.—Con él hemos realizado la creación de una *imposición auxiliar*, sin salir de la *cantidad única (a)*, punto de partida. Esa cantidad está calificada con dos índices.

¿Qué representan tales índices? Ante todo representan: 1.°, notaciones de traslación; 2.°, notaciones de ordenamiento. Deben, pues, continuar con ese carácter: la *variación ordenada*: Tal carácter es intrínseco á ellos, pues en el caso

$$a_{11} \quad a_{22} \quad a_{nn}$$

los índices son *identidades*.

Elegimos uno por imposición fundamental ó auxiliar, es decir, como *ponibilitas* de todos los valores hasta *n*, mientras otro queda inmóvil.

Se presentan dos casos:

1.°, el primer índice queda inmóvil y el otro varía.

2.°, el segundo índice queda inmóvil y el otro varía.

$$a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \dots \quad a_{1n}$$

$$a_{1n} \quad a_{2n} \quad a_{3n} \dots \quad a_{nn}$$

El primer símbolo forma la línea primera y el segundo la última columna del determinante. Ahora, impongo la regla general:—en toda línea el primer índice queda inmóvil mientras el segundo crece hasta n; en toda columna á la inversa.

Lo hecho en la primera línea con el índice *1* y en la columna final con el índice *n* puedo ejecutarlo igualmente con cualquier índice, de *1* á *n*, en sus respectivas líneas ó columnas.

Segunda generalización que agota definitivamente la *ponibilitas*, hasta constituir un símbolo de Cayley.

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{matrix}$$

Ahora, sobre tal símbolo fundamos nuestros descubrimientos; pero cualquiera de ellos *está ya contenido* en la notación apuntada.

Sobre tal símbolo luego imponemos variaciones, *creando* los «determinantes menores» ó subdeterminantes, y también aquella forma especial de determinante en que reducidos á 0 todos los elementos, sólo queda fija la diagonal principal.

Y de este mismo modo deducimos todas las propiedades del determinante: De la cadena de imposiciones resulta la cadena de símbolos, y éstos á su vez son nueva fuente de imposiciones (en ellos, por tanto, contenidas). Si no se admitiera esto, se llegaría al absurdo de admitir que la *ponibilitas* no es un elemento receptor de imposiciones, lo que equivaldría á suprimirla, quitándole su principal carácter.

De la notación de Cayley, tomado como punto de partida, se llega á las de Gasparis y Vandermonde. Esta génesis se cumple del mismo modo indicado anteriormente en el paso del símbolo *a*

$$a_1 \quad a_2 \; .\; .\; .\; . \quad a_n$$

y de éste á $a_{11} \quad a_{22} \; .\; .\; .\; . \quad a_{nn}$ (*)

y de éste á la ***matriz cuadrada***, expresada en las líneas y columnas de la notación de Cayley.

El signo (*) es sometido á tres condiciones:

1.ª *Posición de identidad:* la serie de signos ya cualificada con los dos índices se pone á sí misma.

2.ª *Posición de igualdad:* se continúa el concepto fundamental de traslación (una serie de puntos doblemente cualificados que se trasladan en el espacio). Es decir, una superficie que se opone gradualmente á sí misma, engendrando un sólido en el espacio (un cubo).

3.ª A esa traslación le doy un orden:

$$a_{111} \quad a_{222} \quad a_{333} \; .\; .\; .\; . \quad a_{nnn}$$

(constitución final del símbolo: «determinantes cúbicos» «matriz cúbica».)

Pero podemos aumentar los índices de *a* hasta el infinito. Y, sin embargo, ya al pasar de 3, nos falta la representación geométrica.

Luego es la imposición lo verdaderamente matemático.—La cantidad no es el objeto propio, sino que es el motivo para que las imposiciones se sucedan en un trayecto indefinido. La parte de ***ciencia***, en matemática, no corresponde á la expresión en cantidad, sino á la expresión por imposiciones.

Así los determinantes ***orlados*** ó ***bordados*** resultan por la yuxtaposición, á un determinante primitivo, de líneas ó columnas.

$$D = \begin{vmatrix} a_{n11} & \dots & a_{1n} & \dots & \alpha_1 \\ a_{21} & \dots & a_{2n} & \dots & \alpha_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} & \dots & \alpha_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_1 & \dots & \beta_n & \dots & \gamma \end{vmatrix}$$

En el símbolo de Cayley, queremos hacer entrar dos nuevos elementos. Estos elementos α, β, son imposiciones (por hipótesis). Pero α y β á su vez tienen que estar sometidas á las leyes generales en virtud de las cuales ha podido constituirse el símbolo general de Cayley. Así, pues, son imposiciones condicionadas:

1.ª, á una variación serial ($\alpha_1 \ldots \alpha_n$, y $\beta_1 \ldots \beta_l$).

2.ª, á un ordenamiento de α (por ejemplo) en la columna y de β en la línea.

Finalmente en las *imposiciones directas sobre a* (no la yuxtaposición, como en los determinantes orlados) se considera las líneas ligadas entre sí en virtud de un orden serial:—la 1.ª, n funciones de x; en la 2.ª, las derivadas de tales funciones, en la 3.ª, las derivadas segundas...; en la misma línea, las derivadas n^{-1} de las mismas funciones. (Wronski).

I. Consideremos el puesto s de la línea r, designándolo a_{rs}; consideremos el puesto r de la línea s: a_{sr}. Ambos signos pueden ponerse á contacto y, para sus valores iguales, pueden resultar dos casos: $a_{rs} = a_{sr}$, y también $a_{rs} = -a_{sr}$. En el primer caso, el determinante se llama simétrico (determinante de Hanhel, etc., como casos particulares). Supongamos ahora el puesto r de la línea r, y sea $a_{rr} = 0$: entonces creamos el determinante hemisimétrico, del cual es fácil deducir el pfaffiano ó determinante de Scheibner.

II. Variación, por sustracción, de los valores de a, en la diagonal principal del determinante: (a—x)

$$\begin{matrix} a_{11} - x & a_{12} & \ldots\ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - x & \ldots\ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots\ldots & a_{nn} - x \end{matrix}$$

forma, como se recuerda, necesaria para demostrar la llamado *ecuación secular* (Cauchy, Sylvester).

III. Las nuevas condiciones creadas por la notación $a_{rs} = a_{sr}$ y otras, no agotan los símbolos, sino que los crean. Así, sobre la pauta del determinante simétrico se dibujan otros muchos: el de Hankel (ortosimétrico ó persimétrico), el determinante circulante, el de Puchta-Noether.

Aun dentro de estos nuevos símbolos, caben otros por variaciones en *a*, como cuando en el determinante circulante se cambia el signo de todos los elementos situados á una misma parte de la diagonal principal (determinante de Dostor).

III

§ 27. A) En el cálculo del valor del número *e* (que, como se recuerda, es la suma de la serie

$$1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \ldots \ldots \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots\ldots n}\Big)$$

y de la función exponencial e^x, muchas veces el analista no considera propiamente el cero como actualidad, sino como tendencia de un símbolo dado. Así sucede en los casos en que se impone al número *e* la condición de límite. Si *e* debe ser el límite de $(1 + a)^{1/a}$, á su vez *e* impone al símbolo transcrito una condición: la de que *a* tienda á cero.

B) La calidad propia de tal imposición es variable; y depende: 1.º, del símbolo sobre el cual obra la primera imposición; 2.º, del carácter mismo de ésta. —Así, por ejemplo, en el caso anterior *e* imponía á *a* la condición de tender á cero; pero cuando se trata del símbolo $\left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$, siendo igualmente *e* el límite de este símbolo, la nueva condición impuesta por *e* á *m* es la de *aumentar indefinidamente.*

Por estos casos podría pensarse en una contradicción en el modo de obrar del símbolo *e*, pues hemos convenido desde el principio en que, la condición de límite, la conserva siempre, sin perderla nunca. En efecto, tanto en el caso A como en el caso B, el número *e* es fiel, constantemente, á su primer carácter.

A pesar de todo, hemos visto en *A*, exigir de *a* la tendencia á *cero*, y en *B* la tendencia á crecer indefinidamente. Pero tal contradicción se explica por una consideración atenta de los símbolos $(1+a)^{1/a}$ y $\left(1+\frac{1}{m}\right)^m$.

El segundo está contenido genéticamente en el primero. En efecto, á *a* la hemos sometido á una imposición: $a = 1/m$; con esta sencilla aclaración se comprende el valor contrapuesto de *a* y de *m*: mientras *a* tiende á cero, *m* aumenta indefinidamente. Así la imposición que en el caso B hemos considerado como derivada de *e*, no depende de este número (lo que implicaría contradicción en el caso A) sino del mismo carácter de *m*, al oponerse á la tendencia de *a*. *e* es casi completamente pasivo en el segundo caso: toda su actividad queda reducida, propiamente, á *continuar su carácter primitivo*. En efecto, el carácter de la imposición primera, consiste en la tendencia á desaparecer *a* ó convertirse sucesivamente en cantidades cada vez menos distantes de cero. Este carácter no lo pierde nunca *a*, pero al establecer que $a = 1/m$, no hacemos lógicamente, sino oponer á *a* su valor contrapuesto. Y *e*—persistiendo en su carácter—es necesariamente o—puesto á todo valor que se contraponga á *a*.

Teorema. Toda imposición, impone íntegramente desenvolviendo el primer carácter con que surgió de la *ponibilitas*.

Los dos casos considerados separadamente, son susceptibles de entrar como elementos ó condiciones componentes en un tercer caso; es decir, que un mismo símbolo encierra dos valores contrapuestos, tales que *a* tienda á cero mientras *b* aumenta indefinidamente. Sea el símbolo $(1+a)^b$, é impóngase á *e* la condición de límite. El estudio del modo de comportarse *e* en el caso considerado puede sintetizarse en dos consideraciones fundamentales:

1.° *e* concilia en sí las dos tendencias opuestas de *a* y de *b*. ¿Cómo? Por una especie de desdoblamiento, en que impone condiciones en relación con la tendencia fundamental de los valores dados. En los dos casos anteriormente considerados hemos visto que *e* tiene la capacidad de imponer dos condiciones contrapuestas sin contradecirse. Sin perder su *carácter*, y aun por el hecho mismo de conservarlo, á todo valor que se oponga á *a* le impone una condición contrapuesta.—Pero tal capacidad la hemos considerado hasta aquí como *sucesiva:* en el caso del símbolo y de las condiciones ahora propuestas, $(1+a)^b$, el límite *e* desenvuelve su doble capacidad simultáneamente, ó en *coexistencia.*

2.° La segunda consideración que puede hacerse deriva de la primera: *e*, considerado como límite de dos valores opuestos, conciliándolos por el desdoblamiento de la imposición, asume una relación con el límite de tales valores, considerados en grupo:

En efecto, $(1+a)^b$ puede convertirse en esta expresión:

$$\left[(1+a)^{1/a}\right]^{ab};$$

la parte comprendida en el paréntesis, entra en el caso *A*, arriba considerado, es decir, que puede escribirse:

$$\left[(1+a)^{1/a}\right]^{ab} = \text{lim. } e^{ab}.$$

Y, si el producto *ab* tiene un límite en virtud de una proposición elemental de la teoría de los límites, el segundo miembro de la igualdad anterior puede escribirse $e^{\text{lim. ab.}}$

IV

§ 28. NUEVAS APLICACIONES DEL POSTULADO.— *Elementos de la teoría de los contactos.*—Se puede estudiar muchas tesis en que la serie,—después de su síntesis, en un tipo inicial—impone su carácter á los *términos prácticos* (figuras, notaciones) restantes. Tomemos una cuestión elemental: la imposición del signo + á los dos términos *a* y *b*. Se trata de *hacer continuar* este carácter inicial, prolongándolo inductivamente, aun en los casos opuestos. Debemos, pues, imponer á la relación a — b el mismo signo del tipo de que partimos. Podemos hacer que cese toda deducción, hasta ver si la sustracción se somete á las condiciones de la *suma* examinando enseguida el resultado ó hacer aceptar á los dos términos, el signo negativo.

§ 29. *De la jerarquía de los contactos.*—Como las imposiciones tienen un carácter relativo, entrando en contacto con otros símbolos se constituye una jerarquía, en el campo de las variaciones homólogas, ó lugar lógico.

Propos. 1. Toda nota ó símbolo, inscrita en otra nota, considerada como campo, transforma esta segunda nota. Toda imposición, inscrita en otra, transforma esta segunda imposición en *ponibilitas*. *Demostración:* Toda imposición tiene un valor lógico, representado por la ley de su genealogía y disolución; pero las notas proceden *directamente* por génesis. Ahora bien, el valor de un nombre depende de su puesto en el número, y el valor de un núm···

de su lugar en la *cantidad*. Pues, toda nota se relaciona necesariamente con un orden superior, en todas las partes de su trayecto.

Definición I. Se ha de entender por *emblema* el orden jerárquico superior de los *símbolos*.

Definición II. Nota es la determinación inmediata, de los símbolos, en un orden inferior.

Propos. 2. Un símbolo es su propia medida, como lugar lógico de la unidad.—*Demostr.* Si **A** es un vector y **A'** su vector homogéneo y paralelo, se puede considerar **A'** como el *desdoblamiento* del primero. Ahora bien, para hacer de suerte que **A'** sea la medida del valor de *A*, es preciso contar primero con el «tensor» de *A*, representado por un número; la relación **A** = *A* **A'** será evidentemente la medida de **A**, cuando el tensor será igual á 1. Pero esto no es más que aproximar A á la unidad, pues (por hipótesis) A' es el desdoblamiento ó el reflejo.

Q.e.d.—Corolario I. Un símbolo cualquiera está representado por la relación entre su reflejo (es decir, su *nota)* y un campo lógico reducido á la unidad.—Corolario II. Un símbolo es lugar lógico de sí mismo, por relación á un nuevo símbolo homólogo ó equipolente.

Esc.—Por este corolario ha podido nacer el cálculo diferencial. La función f (x), considerada como una nota, admite un nuevo contacto por reflexión *(prop. 2)*, y se puede hallar siempre una función cuya derivada sea f (x). Este contacto por reflexión exige un lugar lógico fundamental, *pues todo contacto supone una actividad de la nota* (§ 18, hipót. fund.) Ahora bien, esta actividad de la nota tiene necesidad de un fundamento; así es que f (x) es considerada sucesivamente como una función y como una derivada de la función. Pero esta última condición supone *la existencia de una nota ó símbolo homólogo*.

§ 39. DEFINICIÓN 1.—Se ha de entender por *oscilación* hacia el lugar lógico, la libración de una nota hacia su símbolo ó de un símbolo hacia el emblema.

DEFINICIÓN 2.—*Progresión hacia la ponibilitas* es la libración de sentido positivo.

DEFINICIÓN 3.—Oscilación en la *imposición*, es el conjunto de los movimientos de una nota, de un símbolo ó de un emblema que pueden verificarse conservando los caracteres particulares.

DEFINICIÓN 4.—Todos los símbolos tienen una *tendencia* á volver al lugar lógico de donde partieron. Esta tendencia se manifiesta siguiendo la dirección de un vector. Y se llama vector lógico de una entidad matemática la ley misma de su genealogía y de su disolución.

§ 31. *Sistema de intervalos y de tensiones.* — 1. Cuando un símbolo progresa hacia su lugar lógico, es preciso entender por intervalo de este símbolo la distancia de su sitio (en un momento dado) á un punto convencional llamado centro del campo de variaciones. 2. Cuando este intervalo *tiende* á perpetuarse, se puede hablar de una tensión entre los dos puntos indicados, es decir, el *origen de libración* y *el centro del campo de variables.*

§ 32. PROPOSICIÓN I.—El valor de un intervalo, es decir su carácter típico de persistencia, es función de la tensión homóloga. — *Demostración:* Puesto que el símbolo tiende naturalmente hacia su lugar lógico, las posibles detenciones de esta tendencia no pueden depender sino del centro mismo de este lugar, porque en la ponibilitas es donde precisa hallar la razón determinante de las imposiciones (§ 19). — *Corol. 1.* La *estabilidad* de una nota es un valor que depende de la relación entre el intervalo y la tensión.—*Corol. 2.* Los intervalos y las tensiones correspondientes, en una serie de signos, forman también una serie.

PROPOSICIÓN II.—Un sistema de dos símbolos, en serie ascendente, puede cambiar su carácter, haciéndose involutivo; pero entonces se origina un símbolo que resume los dos caracteres.—Una ecuación bicuadrática y una ecuación de 2.º grado, forman un sistema elemental; para obtener que uno de estos símbolos se transforme en otro, es preciso pasar por un intervalo en que la tensión es menor; si se reduce el exponente de x^4, el nuevo término x^2 necesita ser *inscrito* en otra nota: $x^2 = z$. Así es como se podrá escribir $x^4 = z^2$. De donde la expresión $az^2 + bz + c = 0$. El nuevo emblema sufrirá la imposición típica de las ecuaciones de 2.º grado; pero, después de este contacto necesario, *z* desarrollará enteramente su carácter, y, puesto que $z = x^2$,

la imposición $z = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ se transforma en $x = \pm\sqrt{\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$. Este paso de la dificultad de *orden práctico* al carácter *lógico* de una notación, es una consecuencia del doble carácter de *z* (Cfr. § 27, paradoja matemática del número *e*), considerada como un centro receptor de libraciones *ascendentes* y *descendentes*. La libración ascendente, está representada por la posición natural de las dos ecuaciones; la libración descendente por la reducción $x^2 = z$ y por $x^4 = x^2$..

§ 33. *De la connotación distante*.—Sea la suma

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e,$$

considerada como un emblema. Los momentos genéticos se pueden reducir á los siguientes: 1.º *Se impone una calificación* á los términos a, b, c, d, e, (§ 22); 2.º En primer lugar, *x* empieza por repetirse ocupando diversos sitios de un trayecto con-

tinuo; después *x* califica sus sitios, estableciendo una jerarquía; 3.º Sus contactos empiezan por *a*. Esta nota ocupa: la primera posición de *x*; una posición, sea cual fuere; todas las posiciones.....

[ax x x , x x ; x ax x x ; ax ax.....];

4.º *a* hace una libración hacia el lugar lógico N; *b*, pues, representará una de las posiciones de a, en la duración de su oscilación ó atracción hacia la ponibilitas; 5.º *b*, ***conservando los caracteres de a*** (véase el postulado) no hará más que repetir los tres momentos genealógicos de a (3.º); 6.º Siempre tendiendo hacia N, *a* describirá un trayecto .....b c d e..... Pero aquí, acaba, por la hipótesis, el movimiento de *a*; su tendencia, no obstante, persiste hacia $N = a + b + c \ldots\ldots z$. *e*, por tanto, representará un punto de tensión, y la distancia de esta tensión, es el intervalo del símbolo. Escribiremos $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ LN.—La ley general de esta serie es la expresión de dos condiciones ó imposiciones iniciales: 1.º sucesión y conservación de las notas *a*, *b*, *c*, *d*, *e*; 2.º decrecimiento de los valores de x. Ahora bien, si admitimos el paso directo de *x* del valor 1 al 0, se disuelve enteramente la nota *e*.

Para resolver esta paradoja, vamos á hacer el contacto de *x* y de cero ***á distancia***; prácticamente, $x^0 = 1$. Y, conservando la segunda imposición, $x^4\ x^3\ x^2\ x^1\ x^0$. En el contacto que seguirá, *f* es reducida á cero.—***Cero, en este último caso, es una ponibilitas***, y la tensión y el intervalo de la notación eLN, desaparece.

§ 34. *x*, antes de desvanecerse, es decir, ***antes de inscribirse en cero***— como una nota en el símbolo que le sigue—debe sufrir la connotación $x^0 = 1$. La unidad representará aquí un campo intermedio (tensión é intervalo) entre los valores posibles de *x* y 0. Pero podemos siempre imaginar un contacto como

$b - a = 1$, en un conjunto; pues, $x^0 = b - a$. Si, en lugar de decrecer, *x* aumenta, este último emblema puede aplicarse aun en todos los casos en que *x* conserva su carácter primordial. Este carácter está representado por sus contactos con las notas *a*, *b*, *c*..... Las cosas no variarán si escribimos $x^0 = 1 (b - a)$. Cuando *x* pierde el contacto del cero, adquirirá un valor que, por hipótesis, no será la unidad; y, admitido que *x* califica $b - a$ (por lo mismo que califica á 1, en el caso extremo x^1) el factor 1 variará. Un caso más general ($p = 1$) se puede representar así: $X = p (b - a)$. El emblema conservará su carácter (por el postulado); y, para el caso de un exponente determinado, por ejemplo x^2, se tendrá $x^2 = p (p - a) (p - b) (p - c)$. O bien

$$x = \sqrt{p (p - a) (p - b) (p - c)},$$

Cada símbolo $p (p - a)$..... es finalmente el lugar de un último contacto, por la *libración* de las notas *a*, *b*, *c*. Estas notas, se desdoblan y se reflejan así:

$$p (p - aa') (p - bb') (p - cc').$$

El nuevo símbolo no es más que uno de los dos términos de

$$6 V R = \sqrt{R (R - aa') (R - bb') (R - cc')}.$$

Si la progresión de *a* hacia N persiste, podemos, en todo caso, suponer una tendencia homóloga á la nota *x*, que llegue á un momento en que xLN se transforme rápidamente en $x = N$; en este caso, la suma $ax^3 + bx^2 + c$ se reducirá á esta expresión: x^2, x^2_2 x^2_3.

§ 35. Solamente después de las observaciones hechas podemos estudio de la disolución de los seres matemáticos. Conocemos la identidad del proceso genealógico y destructivo por la aplicación de una hipótesis ó imposición fundamental.

La aplicación rigurosa de un postulado pone en claro la razón íntima de ciertos hechos dependientes de la ley de conmutatividad. Se establece, por ejemplo, la noción de producto como un conjunto que se ha de formar: *la serie, pues, no puede calificarse antes de estar formada*. Pero, por una hipótesis legítima, suponemos el producto como una serie realizada ó, por lo menos, dotada de un carácter de imposición *actual;* entonces la multiplicación entrará en el caso general de las operaciones con serie impuesta á priori. Si consideramos las transformaciones S) $x'_i = f_i(x)$ y S') $x''_i = \varphi i(x)'$, el producto SS' no será el producto S'S.

§ 36. *Primeras reflexiones sobre la noción del cero.* — 1. Cuando se afirma un valor dado de una cosa, se establece una relación sobre todo lógica; cuando se establece la igualdad ó equipolencia de dos valores, se afirma, pues, la relación de dos relaciones (de *a* con *v* y de *a'* con *v'*). El signo = presupone siempre el concepto de dicha relación, imposición típica al principio de un razonamiento. Se trata de un término abstracto En matemáticas, la *igualdad* no es nunca más que simetría, proporcionalidad, *homotecia*, en el lenguaje de los geómetras. Un determinante, por ejemplo, es una función lineal de los elementos de una de sus líneas ó de sus columnas; por otra parte, un determinante se representa por una cantidad dada, que el analista descubre. Esta cantidad tiene un valor en cifras. Es como la abreviatura científica ó simbólica del determinante. Al mismo tiempo, este valor representa la *ley de formación*, cuando el determinante no es más que un sér algébrico, con la potencialidad de existir y desarrollarse. La relación que debe haber entre el determinante y su *ley,* es su valor. Si *D* es una representación simbólica de la totalidad de las líneas y de las columnas *(notación a),* $a_{11} k_1 + a_{12} k_2 + \ldots$

$a_{1h} \ldots k_h$ será (por definición) la notación simbólica de las líneas y de las columnas; *(notación b)*.

La relación de *a* á *b*, es el valor (una connotación). Ahora bien, el analista establece, experimentalmente, que un valor como éste es constante. Para llegar á tal conclusión, se impone diversas variaciones en la notación *a* y se comprueba que dichas variaciones igualmente participan de la notación *b*; es decir, que una invariable relación subsiste al *desorden* introducido. Esta igualdad es la permanencia de los caracteres: «el valor del determinante no se altera si se cambian las líneas por columnas». — Se ve toda la relatividad del principio de igualdad; es siempre *unilateral*. En efecto, la igualdad inalterable de la *notación b* no podría extenderse al ordenamiento de los elementos de la *notación a*. Pero que se *imponga* que este ordenamiento no se altera, es decir, añadamos más condiciones, y entonces el teorema citado no subsiste: hemos introducido una nueva relación. Las operaciones conmutativas, dependen de la nueva relación que se puede añadir. Los *cuaterniones* son una prueba decisiva é importante.

2. Una afirmación de nulidad de una nota ó de un emblema supone: 1.°, la repulsión entre el atributo ó carácter esencial de la serie, y la nota; ó bien, 2.°, una relación de *contención absoluta*. — Este segundo punto de vista es transcendental. La ordenada de un punto cualquiera del eje de las *x* es nula, como también la abcisa de un punto cualquiera del eje de las *y*. Este *cero* representa claramente la expresión de la contención absoluta del atributo esencial. El concepto corriente de la *abolición de las relaciones* no podrá subsistir. La nulidad de la relación se confunde con la razón determinante de la misma relación. Todos los puntos, *a*, de la línea $\overline{Y}$ Y, guardan entre sí una doble relación

con los puntos *b*, exteriores á ella, correspondientes al plano y con un punto de intersección O, de otra linea, $\overline{X}$ X horizontal. Los puntos *a* pueden considerarse como centros receptores de los puntos *b*. Los *intermedios* entre *a* y *b* son líneas, si se consideran los puntos en cuestión como vectores infinitamente pequeños. Pero los puntos *a* no necesitan de estos *intermedios*; ellos son sus propios vectores. Esta «contención absoluta» acaba de expresarse por cero.

Cuando se trata de dos condiciones supuestas á priori, la reducción de una de estas condiciones á cero, es el signo de una contención absoluta, de la condición restante. y = sen. π x no es más que la posibilidad lógica de la existencia de una curva periódica, que corta el eje de las $\overline{X}$ X un número infinito de veces. La ecuación by = lg. ax es la imposición fundamental de una curva que corta el eje de las $\overline{X}$ X en el punto $^1/_a$. El sistema de las coordenadas y de los cosenos directores, constituyen un conjunto de relaciones primarias, no dejan de verificarse en el momento de la *absorción* de uno de los términos. En la teoría del cálculo de la derivada de una función de una sola variable, el teorema fundamental, es que si la función tiene un valor constante, su derivada es cero. Este teorema expresa una relación primitiva de identificación ó contención absoluta, pues la condición, de que la derivada era cero, supone que la función con valor constante era su propia derivada. Esta contención de un término en el otro tiene un carácter absoluto, y corresponde á la noción de identidad.

§ 37. *Sobre la definición de la lógica.* — Como la razón es siempre consecuente, y *crea* con las mismas leyes del método, la definición de la lógica como «el arte de razonar» ó la «ciencia para razonar»

conduciría á una teleología optimista y muy exagerada. Sería como si se definiese la óptica fisiológica como «el arte de ver» ó la ciencia *para* ver. La definición tradicional lleva á conclusiones absurdas que un breve análisis basta para rechazar. En primer lugar, el espíritu no hace, razonando, nada más que imponer condiciones, en un campo ó lugar práctico capaz. Pero las imposiciones, en el método que nos es conocido, se objetivan de suerte que son engendradas por vía directa. Todos los caracteres de las notas están, pues, inscritos en el momento genealógico; pues, por el postulado, no se puede imaginar una nota sin su emblema. El *arte de razonar*, por tanto, no es más que la génesis de las imposiciones, y se razona lógicamente cuando se crean símbolos durables. Pero todo esto sólo es una manifestación de la tendencia de las notas hacia sus lugares lógicos (§ 39), tendencia que, en el orden físico, produce las *sensaciones*. Se habla de un arte de razonar con el mismo fundamento con que se hablaría de un arte de crear el espacio ó las formas.

Respuesta á una objeción. — El argumento que examino aquí, se dirige sobre todo contra la espontaneidad de la génesis (§ 19), y puede presentarse en esta forma: — la imposición del signo no será el sujeto de una intuición, sino el resultado de una inferencia muy rápida. A la lógica corresponde el secreto del proceso de esta inferencia. La lógica, pues, debe definirse rigurosamente y con una certeza casi absoluta, como el arte del descubrimiento ó el arte de la prueba en el sentido más amplio. — El examen de esta objeción debe formar el objeto constante de nuestras observaciones en la lógica y en la física. Por el momento, el lector es libre de apreciarla; pero, desde un punto de vista general, es urgente establecer, contra del argumento en cuestión, las observaciones siguientes: La

inferencia constará de una reunión de otras inferencias elementares, ó bien de intuiciones primitivas. En este último caso, el problema continúa propuesto en nuestros anteriores términos. Pero si la inferencia es una reunión de otras inferencias, será preciso admitir: 1.°, ó bien una continuación hasta el infinito; 2.° ó bien un agrupamiento en torno de una intuición. Y, en ambos casos, debe partirse de la hipótesis constructiva del § 19.

V.

§ 38. «De nota extincta». — El cero tiene dos posiciones lógicas, primero como imposición en una serie ó emblema (es decir, el lugar de las notas), y después como el resultado de una imposición ya formulada á *intentio secunda*. Estas dos posiciones del cero deben considerarse como el principio del proceso de disolución, del cual procuraré exponer los sucesivos momentos:

1.° Sea la nota a_x^n cuyo lugar lógico es un grupo polar.

2.° a_x^n L G indicará (§ 23) una posición de la nota, en el campo de variación, desde la cual se puede medir al intervalo en función de la tensión, ejercida desde el punto *a* hasta el centro lógico del emblema.

3.° En progresión hacia *G*, *a* debe asumir calificaciones especiales, en todo lo largo de su trayecto:

α) a_x^n — a_x^n (relación de identidad).

β) a_x^n a_y^n (los supra índices permanecen invariables).

$$\gamma)\ a_x^{n-1}\, a_y^{n-(n-1)} \left(= a_y^{(1)}\right)$$

$$a_x^{n-2}\, a_y^{n-(n-2)} \left(= a_y^{(2)}\right).$$

Comunicándose la imposición *β)* á los exponentes hasta aquí inalterables, el primer decrece gradualmente; el segundo *n* decrece en la totalidad del primer signo. De este modo se formará polaridad; llegaamos á la constitución de una nota fundamental, basada en el último grupo polar. Tal es la explicación más científica de la teoría de los centros armónicos y de los grupos polares. Estos grupos no son más que imposiciones á intentio secunda, y el *cero buscado* depende de estas imposiciones.

4.º El cero hallado, sólo falta aplicarlo á los puntos raíces; cuando *y* sea un punto asignado.

§ 39. *Corol. 1.* —Puntos críticos de una función son aquellos en que esta función deja de ser finita ó continua ó monodroma ó monógena.

Corol. 2. — Los puntos de ramificación son puntos críticos en torno de los cuales la función deja de ser monódroma. Cero es un punto de ramificación para la función $\sqrt{x}$, para la función lóg. x.

Corol. 3. — Reducir una nota á la unidad es reducirla á cero; pero el cero, en este caso, no tiene el carácter de contención absoluta. — En la ecuación fundamental del cálculo baricéntrico, $a\,A + b\,B = C$, se tiene $a + b = 1$. El mismo caso se aplica á las ecuaciones derivadas $aA + bB + cC = D$ y $aA + bB + cC + dD = E$.

§ 40. «De symbola extincta». — ***Proposición fundamental.*** — Todo sistema de notas, es la generatriz de un sistema homólogo de símbolos. ***Demostr.*** Si *y* y *x* son variables dependientes de una relación, podemos imponer condiciones tales que

y sea variable independiente, mientras x es una función. Pero, si tenemos un sistema de notas como x, y, z... en número de m + n, *m* serán variables independientes, y *n* serán funciones. — Este es el origen del cálculo diferencial y, en lógica, la expresión más elemental de la inducción. ***Prop.*** **2.ª** Un símbolo modificado por una nota extincta, es también modificado en virtud del contacto de un nuevo símbolo reductor. — ***Demostr.*** Si *h* desaparece de $\varphi(x + h)$, é imponemos á *h* la condición de entrar en la nota *e*, el resultado será un sistema homólogo *(propos. 1)* como $e^{h\frac{d}{dx}}$.

Pero entonces, se tiene

$$\varphi(x + h) = e^{h\frac{d}{dx}}\varphi(x). \text{ — } Q.\ e.\ d. \text{ —}$$

Corol. — En todo sistema de símbolos, la nota extincta de uno de los símbolos del primer emblema, impone modificaciones homólogas al símbolo simétrico del segundo emblema

$$\varphi(x + h) - \varphi(x) = \frac{h}{2}[\varphi'(x + h) + \varphi'(x)] + (-1)^n \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{B_n h^{2n}}{1 . 2 \ldots . 2n} [\varphi^{2n}(x + h) - \varphi^{2n}(x)].$$

— ***Proposición*** 3. En un sistema de una nota y un símbolo, el símbolo resume el sistema; y las notas extinctas del nuevo sistema son un *cero de contención absoluta*. Si *r* debe resumir $x^3 + px^2 + 9$, es preciso que *r* sea la contención armónica: 1.°, de los exponentes; 2.°, de los coeficientes; 3.°, de las notas del símbolo. Es decir, que *z* sea lo que Viète llamaba «homogeneum comparationis». — *Corol. Génesis de una*

superficie nodal. La ecuación x y z = u v w tiene el siguiente proceso evolutivo: 1.° x + y + z = u + v + w (movimiento libratorio en virtud del cual se altera la disposición del símbolo); 2.° x + my + nz + pu + qv + zw = 0 (contención absoluta de las notas: 0 es considerado aquí como centro de «homogeneum comparationis)»; 3.° l + m + n + p + q + r = 0 (reducción de las notas: *l*, *m*, *n*... son símbolos de contención ó lugares lógicos de *x*, *y*, *z*...); 4.° lmn + pqr = 0.

§ 41. «De emblema extincta». — *Proposición fundamental.* — «Existe una relación constante entre las notas, los símbolos y el emblema; y las variaciones del emblema producen las variaciones correlativas de la ponibilitas ó lugar lógico fundamental». Puesto que hay una jerarquía de contacto y la tensión y el intervalo dependen de esta jerarquía, es evidente que los puntos de aplicación guardarán entre sí relaciones fijas. — *Corol. 1.* — Si un teorema es impuesto á su triángulo, y este triángulo experimenta una transformación continua, se engendra un nuevo teorema homólogo ó equipolente. *Corol. 2.* — El lugar de los polos de un plano arbitrario en relación á las cónicas de una superficie de Steiner, es una segunda superficie de Steiner (teorema de Lie). *Corol. 3.* En un espacio de cinco dimensiones el lugar de los polos de un hiperplano en relación á las cónicas de una superficie de Veronese, es una superficie de Veronese (teorema de Rosati).

§ 42. Sea la función Γ. Cuando entre en relación con otra, descubriremos una relación de semejanza ó de discordancia. Por el método de selección, establecemos una unión entre Γ y G_λ (x). Pero G_λ (x) sera la expresión de la función de Kinkelin, de un orden cualesquiera. Si Γ agota sus relaciones en

este contacto, su evolución hacia su lugar lógico se detendrá. No obstante, se puede descubrir otro contacto entre Γ y la función G_1 (x). — La síntesis de los dos contactos está representada por la fórmula $G_1(x) G_1(x) = \Gamma(x)^{x-1}$. — El emblema es la síntesis armónica de todas las determinaciones de un grupo de entidades matemáticas; pero, para cada grupo homogéneo de contactos, el emblema experimenta una modificación homóloga en su expresión: para cada cambio, se tiene un centro ideal de figura, alrededor del cual se verifican las evoluciones. Así es, por ejemplo, como en el cuadrángulo armónico, el analista considera sobre todo *el punto de Lemoine.*

PARTE TERCERA

I

§ 43. Al terminar su *Essai* (1), Locke se propone examinar las causas íntimas de nuestro amor á la verdad. Exceptuando las «selfévidences», establece la evidencia de una proposición sobre la cualidad y sobre el número de pruebas de dicha proposición. Así se ha convertido en el enemigo clásico del entusiasmo, como fundamento de la creencia. Locke ha imitado irónicamente el lenguaje emotivo de un «hombre inspirado»; con frecuencia, habla como teólogo; pero, en sus excursiones psicológicas, opone sistemáticamente el entusiasmo á la reflexión. Pero si la prueba íntima del amor á la verdad se apoya en el *modo de creer*, no se puede dudar que la síntesis del proceso de la reflexión es una emoción propiamente dicha. Cuando se investiga la condición esencial de la vida práctica y de sus expresiones, se presenta un método: considerar percepciones de diversos grados, y preguntarnos lo que representan en relación con una síntesis final. Este

(1) Livre IV, c. XIX.

método nos hace ver que los fenómenos de sensación ó de emoción estudiados de ordinario por el psicólogo están muy lejos de corresponder á la emoción-tipo que hace nacer en el espacio lo que se llama un objeto sensible. El genio antiguo conocía muy bien el enlace de la geometría y la emoción cuando decía que el mundo sensible no es nada más que la coexistencia de los contrarios, la confusión de los géneros.

§ 44. La ley tiene su génesis en el espíritu, que la impone á las cosas. Es, ante todo, una acción. El espíritu lleva en sí la idea práctica del orden; esta idea será siempre la fuente de los «idola tribus», cuya descripción se ha hecho con sencillez y precisión: «Intellectus humanus ex proprietate sua facile supponit majorem ordinem et œqualitatem in rebus quam invenit; et quum multa sint in natura monodica et plena imparitatis, tamen affingit parallela et correspondentia, et relativa, quae non sunt». *(Novum organum,* l. 1.°, XLV). Las evidencias no son sino manifestaciones originales de esta tendencia práctica, *activa*. Sin las evidencias, un quietismo absoluto sería la consecuencia natural; estas seguridades, prácticamente inalterables, son al mismo tiempo los resultados y los orígenes de nuestra acción. Un objeto sensible es una síntesis expresiva de estas certezas, transportadas y elaboradas en la esfera afectiva.—Espero desarrollar aquí dos observaciones contra la proposición: pensar es condicionar. I. Ante todo, es preciso considerar atentamente una confusión muy frecuente: se identifica, por una parte, pensar y conocer; por otra parte, condicionar y determinar. Imagino una *condición* como un motivo determinante de la aparición de un pensamiento; pero este motivo, puedo considerarlo aún como independiente de la causa de mi pensamiento. II. El pensamiento, *como un de-*

venir, no produce nada condicionado, pues no hay más que una serie de expresiones cuyo término inicial se confunde con el término final. No existe una distinción absoluta ni una reducción á un género. *Establecido un elemento preempírico*, la tesis de la correspondencia entre lo objetivo y lo subjetivo se reduce, como hemos ya mostrado, á la cuestión: ¿la expresión existe? ó bien: ¿la expresión es idéntica á sí misma? Cuando el investigador abandone el punto de vista genealógico, la crítica es arbitraria.

§ 45. Interesándose del punto de vista lógico y del origen de las expresiones, no se exceden los límites del método si se hace la crítica de los sistemas, ya que los resultados de las más altas especulaciones podrán siempre considerarse desde el punto de vista de las exigencias de un juicio impositivo. De este modo, el investigador se convierte en el historiador de las expresiones humanas. Llegado á este momento de la exposición, conviene examinar tres tesis, cuyo interés lógico es todavía extraordinario. I. La substancia tiene una infinidad de atributos. II. Cada atributo es infinito. III. La infinitud de cada atributo no es la misma infinitud de la substancia. —Reduciendo estas tesis á su valor lógico, hallo primeramente que si cada atributo, en sí mismo, es infinito, y si subsiste como tal atributo en la substancia, no se puede hablar de una generación ó producción de expresiones en un sentido riguroso, pues todas son *actuales*. Esta era la objeción capital de Schelling contra todo el sistema, cuando le acusaba de haber insistido demasiado sobre la noción de «cosa», no siendo fiel al principio primitivo de la inmanencia. El campo de las posibilidades puras sería un espacio infinito en el cual círculos en número infinito, con un radio infinito, estuvieran dibujados «ab initio», representando cada uno de estos círculos el atributo de la substancia. Los atributos no se confundi-

rían nunca entre sí. Ciertamente, la tesis I *(Ethica*, I, props. 8, 9, 11, 14, 15) supone la contención absoluta de todas las expresiones en una serie que es su genealogía y razón determinante; pero esto conduce á consecuencias opuestas á II y III. La tesis sobre la infinidad de atributos *(Ethica,* I, 10) está en contradicción con la ley de conversión de los géneros; pero esta ley se deduce de los atributos mismos de la substancia; de consiguiente, II no puede deducirse de III. En cuanto á sostener que el atributo tiene con lasubstancia una relación de continente á contenido ó de mayor á menor, son comparaciones injustificadas, ya que el atributo, por el hecho de ser definido *completamente*, explica completamente la substancia. Definir es conocer el símbolo en el momento preciso de su genealogía. Es lo que Spinoza también decía con elocuencia: cuanto más comprendemos las cosas particulares más comprendemos á Dios. *(Ethica,* V, 24). Lo infinito de la substancia no es más que su capacidad ilimitada de recibir imposiciones y de producir expresiones, es decir, los atributos y los modos de los atributos; pero no se ha de considerar esta infinitud en relación con el número de estas determinaciones ni con su posición. La proposición 11 (primera parte) debe interpretarse en el sentido puramente calitativo, permaneciendo siempre alejados de la noción de *determinata quantitate* de la lógica wolfiana, noción que está presente, sin embargo, á pesar de la clara intuición de lo perfecto y del orden, en todo el proceso especulativo de la Etica. Los teoremas: «ad naturam substantiae pertinet existere» y «omnis substantia est necessario infinita» (I, 7 y 8) son corolarios anticipados del principio: «quicquid finitum est, sua determinata gaudet quantitate».

§ 46. Tales eran las reflexiones que debía hacer sobre los fundamentos de la doctrina de lo particu-

lar que se defiende en este libro. En el método de esta exposición, considero al investigador en el momento de ponerse el problema de la sensación, después de haber aprehendido el alcance de las observaciones sobre la fórmula: pensar es condicionar. Además, ve la conciencia como una expresión práctica y el hombre como una potencia expresiva: las cosas son síntesis, en el espacio, de juicios hechos plásticos por la emoción. La emoción es un factor organizador de las cosas y de las nociones. El investigador no dirá, con Hamilton, «en lógica, todo lo que no es contradictorio es verdad»; sino: «todo lo que es expresivo es verdad». — En el acto de ver un objeto, tengo conciencia de esta visión; es decir, he podido seguir intuitivamente el sentido y la dirección de la proyección de una fuerza. El estudio de la conciencia no puede oponerse, en un método sintético, á la percepción de las cosas que tengo la costumbre de llamar no-yo. El mismo hecho experimental que me demuestra un objeto da cuenta de la *percepción íntima á la cual llamo yo*. La doctrina que quiere definir la conciencia como la sucesión de los hechos de la vida psíquica ha podido sostenerse largo tiempo porque representa una gran reacción contra otra exageración tradicional sobre la persistencia substancial del «alma»; pero, reduciendo la conciencia á una facultad intelectual, se ha llamado voluntad á una facultad abstracta y contradictoria en sí misma. Se someterá siempre á la consideración del partidario más convencido de las escuelas, en la seguridad que no explicará, los hechos de repartición del yo en diversos grupos, como en el caso bien conocido de la *Lucía*, de Janet. El fondo de la tendencia no puede reducirse á una «fuerza» ni á una «voluntad» ni á una «idea», pues estas son determinaciones. Las escuelas especulativas del siglo XIX ofrecen ejemplos típicos de macan-

tropia; son el eco de los primitivos sistemas que explicaban el mundo por uno solo de sus elementos.

§ 47. Los debates sobre la realidad de nuestros conocimientos, sobre el alcance de las facultades, etc., reviven siempre en las épocas de pobreza especulativa, donde las verdaderas vocaciones parecen alteradas. En estas épocas se ha visto siempre á los pensadores encaminados hacia la investigación de un quid intermedio que explique la unidad de nuestra experiencia. La Escuela ha consagrado la mayor parte de su tiempo á descubrir el paso de lo sensible á lo inteligible. Siendo ambos principios irreductibles, es preciso buscar una potencia extraña á ellos mismos para explicar la unión. La consecuencia inmediata es la pasividad del entendimiento, su impotencia creadora. Un pietismo teórico, así, puede coincidir ó no con el pietismo práctico; pero, en todo caso, el método influirá en los pensadores futuros, aun de la época crítica. El concepto de un yo pasivo termina en dos proposiciones que son á su vez como los puntos de partida y de *refert* del dualismo: 1.º, el hombre es *receptor* en la sensación. El exterior influye sobre él y le imprime sus caracteres *(«specie impresa»)*. 2.º El hombre es pasivo en la transformación de las imágenes *(«conversione ad phantasmata»)*. Muchas meditaciones dependerán de este concepto del espíritu. Las vocaciones más independientes sentirán la influencia de ambas teorías, hasta abrazarlas partiendo de ellas como de certidumbres. Y, fundándose sobre todo en la necesidad de separar convenientemente las «dos facultades», se escribirá la Estética trascendental y la Lógica trascendental, como introducción á una dialéctica. Descartes había establecido los dos términos: extensión y pensamiento; y esta bifurcación será tan profunda que, á pesar de los esfuerzos de sus sucesores, los sistemas se resentirán de la defensa de una

de las dos tesis de la Escuela. Spinoza es un pietista; Malebranche *reduce á ver* la facultad capital del alma; Leibniz, más feliz en la exposición del problema del espacio, autor de una psicología más constructiva, sostendrá por su parte la tesis más favorable al dualismo, con la doble serie de leyes y de acciones, concordándose «ab initio». La teoría entera del conocimiento está influída: 1.°, por la oposición entre la especie sensible y la inteligible; 2.°, por la necesidad de su conciliación; 3.°, por la imposibilidad de concordarlas entre sí, sin un principio distinto. Con el tiempo, se hará una distinción fundamental entre la «Ciencia de las leyes generales de las intuiciones» y la «Ciencia de las leyes generales de los conceptos». La Estética trascendental es un dominio enteramente desconocido á la Lógica. Cada una de ellas desarrollará principios derivados de dos facultades: una receptora, otra espontánea. Después de este análisis se intentará una harmonía de los contrarios: es el problema que se han transmitido los pensadores de todas las épocas. Kant lo resolverá admitiendo una cópula entre el *à priori* y la experiencia, observando y respetando á la vez la distancia entre la receptividad y el apriorismo. Se lee algunas veces en las tres críticas, los proyectos y los métodos que seguía en sus meditaciones: una refutación del idealismo de Berkeley, un profundo respeto hacia los analistas del siglo XVIII. Y, sin embargo, rehusaba á la sensación la parte capital en la vida del alma, y, sin negar su preponderancia, admitía otro factor: la espontaneidad del espíritu para formar conceptos, apoyada en la experiencia. Permaneciendo alejado de los dos unitarismos, el idealista y el sensualista, se trazó un método que le condujo, por un violento retroceso, á una época anterior á Descartes. Los idealistas, únicamente, sostienen la idea de una antropología y de una cosmología unitarias. Los

pensadores que no siguieron esta dirección tuvieron que buscar relaciones entre lo sensible y lo inteligible; en cuanto á los que, por otra vía, proponíanse fundar una antropología unitaria, los sensualistas, desde Locke, admitían implícitamente un *à priori*, ó por lo menos una cierta espontaneidad del espíritu muy próxima al innatismo leibniziano, ó bien fueron conducidos á un pietismo escéptico. El especulador que se proponía, ante todo, huir los sueños de una ciencia que negaba la realidad del mundo, no permaneció fiel al espíritu del *discurso del método*. La realidad de la substancia extensa, receptáculo de las imposiciones del espíritu, es un problema; la espontaneidad de estas imposiciones es otro problema. No obstante, esta última cuestión es el antecedente lógico de todos los demás; y, en el plan de todo continuador del discurso del método, esta es la primera dificultad de la crítica. Descartes no había agotado los comentarios al *sum cogitans*; pero había distinguido para siempre los términos y el orden de las cuestiones. El plan fué alterado cuando se empezó por admitir en el espíritu una facultad receptora y otra facultad espontánea, oponiendo las intuiciones y los conceptos, lo sensible y lo inteligible. Se partía dogmáticamente de un *à priori* potencial con el cual la experiencia entraba en cópula: una especie sensible que debía sufrir la conversión ad phantasmata. El principio de la identidad de los contrarios indica el esfuerzo de una vocación enérgica, pero insuficiente para llegar á la unidad de la antropología y de la física. Este principio informa todos los sistemas que buscan una síntesis de la realidad fundándose en *una* de las manifestaciones de la misma. Cuando Descartes fijó su mirada de geómetra en «el mundo exterior», *impuso* la unidad; pero la oposición entre su cosmología y su antropología no podía durar, y

sus sucesores forzaron la síntesis. El más rigoroso fué Spinoza; el más poético Malebranche; el más grande Leibniz. Pero el principio unificador no podrá ser una imposición determinada concreta. Toda psicología fundada en la voluntad ó en la sensación ó en la idea, etc., como elementos irreductibles, es una psicología unilateral de igual modo que una cosmología que redujera todo al movimiento, ó al espacio, ó á la materia, etc. Las exigencias científicas de una época pueden contentarse con tales construcciones; pero la reacción no se hace esperar, y la crisis de los sistemas y la historia de la filosofía no tiene quizás otra explicación. Construir una antropología intelectualista, ó sensualista, ó voluntarista, es decretar, para una época más ó menos próxima, su desaparición. Más ineficaz aún es la combinación de dos elementos (idea-fuerza), porque es preciso buscar siempre el elemento implícito, lo que interesa sobre todo á la investigación.

«L'esprit le plus noble de la philosophie», decía un célebre newtoniano, «est de faire des recherches sur l'enchaînement des causes; mais l'on n'en découvre aucune qui ne doive elle-même être considerée comme un effet, et nous ne pouvons compter que bien peu d'anneaux de cette chaîne» (1). Este espíritu investigador debe informar siempre nuestros métodos, permaneciendo alejados en los momentos más decisivos de la especulación, del grave prejuicio, del cual la responsabilidad moderna es acaso toda de Leibniz, de fundar sobre el principio de contradicción ó de identidad todas las verdades «positivas», mientras que se reserva el principio de razón determinante á las partes transi-

(1) Marc Laurin. *Exposition des découvertes philosophiques de M. le chevalier Newton* (trad. Lavisotte, página 16.)

torias de la Física (1). Es preciso salvar «el momento didáctico» de la Lógica. Los atributos de un objeto ó de una noción no hacen sino definir estas entidades por sus apariencias. Un *atributo esencial* es indeterminable, pues contiene: 1.°, posibilidades de expresión; 2.°, posibilidades de relación. No se puede hablar de la suma de los atributos accidentales, porque cada posibilidad altera el resultado que se creía definitivo. Un atributo cualquiera puede ser considerado como el principal, si se profundiza hasta agotarlo. Esta es la razón íntima de los progresos de nuestros métodos y del renovamiento de los sistemas.

II

§ 48. La enunciación clásica del principio de contradicción conduce al error de explicar, en una serie de términos, *a* por *b*. El principio leibnizio-wolfiano de las cosas conexas ha contribuído á fundar el principio de contradicción sobre una noción muy limitada de causa: «ea inter se connecti dicuntur, quorum unum continet rationem sufficientem coexistentiae vel succesionis alterius» (*Wolf, Cosmologia*, § 10). Es muy difícil imaginar una tesis más empírica: la conexión no sería nada más que la unión de dos cosas homólogas. Se ve en cada término la razón determinante de la serie, pero no se la considera en relación á su génesis, y se llega á admitir un término de conexiones, de donde el pretendido axioma: «quae eum eodem tertio connectuntur, ea inter se connectuntur». Es hacer definiciones genéticas sin los elementos de la génesis.—Los axiomas

(1) Segundo escrito de Leibniz ó réplica al primer escrito de Clarke (§ 1).

que se refieren á las relaciones de un todo con sus partes dependen de dos principios fundamentales. I. La presencia del todo es la presencia de sus partes. II. Si el todo es ausente, las partes desaparecen. Ahora bien, si a, b, c... n son partes coexistentes en el grupo A, el principio de contradicción bastará para nuestras reflexiones ó nuestras intuiciones sobre el alcance de I y II; pero si a, b, c... n no coexisten, es preciso admitir otro elemento intuitivo. III. Un todo, distribuído en varias partes, constituye potencialmente un todo. Esta última adquisición lógica, significa un progreso memorable en el orden de las inferencias, porque es el signo del paso de la cantidad á la cualidad.—Voy á considerar un término cualquiera a_n, de una serie á simple entrada en el momento de su aparición en dicha serie. Ante todo, debemos presentarnos una cuestión capital: ¿cuáles son las leyes de a_n? Si conseguimos resolver este problema, conoceremos los caracteres fundamentales gracias á los cuales el signo persiste en la serie. Se puede definir concretamente a_n como el término ordinario de una suma: los caracteres de *n* definirán *a*. ¿Qué es lo que significa *n*? He aquí todo el problema. *n* es un «orden de sucesiones»; el índice calificativo está en relación con varios índices, y por consiguiente con un número indefinido de *a*, sujeto á las variaciones de *n*. La suma general de todos estos términos, no es sino la expresión del carácter de «sucesión».

§ 49. Cuando digo: la causa es anterior al efecto, no hago más que establecer una conexión (en el orden de las sucesiones). Pero para investigar la naturaleza íntima del principio de causalidad, debo empezar por suponer la causa y el efecto como coexistentes, y preguntarme enseguida por la naturaleza de su enlace. El problema, entonces, pertenece enteramente á la psicología. Sirviéndose del aparato mus-

cular como de un instrumento, el espíritu va al descubrimiento del espacio; pero este descubrimiento fuera imposible sin la intuición preempírica de sus elementos. Mi espíritu procede siempre por integraciones. Las percepciones de los objetos son análisis, pero me sería preciso invocar á cada instante el milagro si no admito una preexistencia de la síntesis.

§ 50. La tendencia se manifiesta con una admirable unidad; solamente en virtud de un artificio científico, el psicólogo distinguirá en la tendencia varias partes. Prácticamente, no obstante, mi guía es la intuición, y mi brazo se mueve con la seguridad de lo que busca y con la ciencia potencial de lo que encontrará. El paso de «el orden de las sucesiones» á la noción de la coexistencia exige la admisión de un elemento sintético, independiente del tiempo y del espacio. La reversibilidad de las sensaciones implica en sí misma una petición de principio: se pretende abordar las cuestiones cosmológicas, explicando la sucesión por la coexistencia y la coexistencia por la sucesión. El axioma es la conclusión de un larguísimo y complicado razonamiento cuyos elementos son verdades que se han de demostrar. El axioma precede, en el *espíritu expresivo*, á los teoremas *deducidos;* pero, en el *espíritu intuitivo,* la deducción no es más que el axioma. El axioma es el fin de una serie de inducciones latentes. En la esfera intelectual, representa lo que es la sensación en la esfera afectiva. La abstracción y la generalización añaden mucho á la experiencia; los objetos exteriores no reproducen la geometría de nuestras definiciones corrientes. Las sensaciones son axiomas elaborados.

§ 51. Al nombrar las cosas, las percibo una segunda vez. Swedenborg ha visto con una gran claridad toda la trascendencia del nombre, en sus sor-

prendentes comentarios al decálogo (*Vera christiana religio*, I, § 300). Por la abstracción, mi espíritu vuelve á las primeras condiciones de la percepción y de su aparición en el tiempo y en el espacio. La abstracción reproduce diversos momentos genealógicos de la percepción. Pero este proceso reproduce solamente la parte dialéctica de la sensación; sin embargo, no agota la parte inédita de un objeto sensible, pues el deseo es uno de los fenómenos del espíritu cuyo estudio nos lleva á una noción clara de la génesis de cada expresión. La experiencia es hija de mi actividad; cada hecho experimental es un símbolo ó síntesis de imposiciones. Es preciso que toda la ciencia esté presente á mi espíritu en el acto de nombrar una cosa ó en el acto de verla en un punto del espacio. El espacio es la posibilidad de mis expresiones. Las más remotas verdades que la reflexión descubrirá están antes presentes á mi espíritu; y así como no hay percepciones mientras los cuerpos no estén constituídos, así el ojo de un hombre proyecta las seis ecuaciones de Maxwell y da forma al principio de Carnot, en cada corriente que transmite á los fenómenos. Los hechos experimentales son los contactos entre las imposiciones intuitivas y la posibilidad pura de las nociones y de los deseos. Para los objetos sensibles, esta posibilidad es el espacio.

La sensación no puede ser considerada como un átomo psíquico. Un individuo es la síntesis de muchos conceptos generales. Kant ha desviado el movimiento idealista que aspiraba á una concepción unitaria del espíritu y del mundo; la oposición entre la intuición y el concepto, es la introducción á toda metafísica de los irreductibles. «Nuestro conocimiento procede de dos orígenes intelectuales: el primero es la capacidad de recibir las representaciones (receptividad de las impresiones); el segundo es la facultad de conocer un objeto por sus representa-

ciones (espontaneidad de los conceptos).» (*Lógica trascendental*, intr.). Sin embargo, su tendencia es á unificar: esto es lo que declara aún en la introducción á la lógica; pero, oponiendo la espontaneidad á la receptividad, está obligado á admitir una distinción profunda entre la sensibilidad y el intelecto. «Llamamos sensibilidad á la capacidad (receptividad) del espíritu de contener representaciones; por el contrario, se llamará intelecto á la facultad de producir representaciones ó la espontaneidad de la conciencia». La «sensibilidad» es pasiva. A fin de no caer en sueños, Kant estará dispuesto á admitir que las representaciones nos vienen del fenómeno y dirigirá su análisis hasta distinguir una ciencia de leyes generales de la sensibilidad y una ciencia de leyes generales del intelecto. En la doble serie de las meditaciones á que es llevado, hallará el medio de establecer jerarquías y de ser intelectualista.

III

§ 52. Siento la necesidad de dirigir mi actividad á la «parte inédita» de las sensaciones. Cada expresión, por ser una manifestación, tiene un límite; pero el contenido es inagotable y permanece siempre inédito. En cosmología, los números pitagóricos y los poliedros de Philolao para cada elemento (cúbica la tierra, tetraédrico el fuego, octoédrica el agua) indican una apreciación limitada. Y, sin embargo, esta es la apreciación siempre renovada periódicamente por los pensadores de escuela. La oposición sistemática entre el conocimiento contingente y el conocimiento necesario, en relación á las sensaciones y á las ideas, implica una confusión de términos en el problema de la naturaleza de lo particular. En sus esfuerzos por sostener la lógica for-

mal, el crítico prejuzgó dos clases de leyes: unas, condicionadas por los objetos del conocimiento; otras, condicionadas por la misma naturaleza del entendimiento Kant, en este punto, procede directamente de Wolf, que fundó la lógica sobre el principio: «quicquid finitum est, sua determinata gaudet quantitate».

§ 53. Espero hacer aún, sobre este principio, reflexiones elementales.

Imagino al investigador en el momento de haber llevado sus imposiciones hasta el nombre de las cosas. Como ya dijimos, la relación entre «3» y «3 flores» es la misma relación que existe entre «a» y «3». Pero *a* tiene una génesis en el infinito, homóloga de la génesis de «3» en «a». El infinito es la dirección pura en el cual el atributo esencial de la indeterminación y de la receptividad se propaga á la cantidad abstracta, y de ésta al número y al nombre del número. Considero este concepto como una coordinación necesaria del pensamiento. El lógico procede siempre por imposiciones, fundadas en un principio geonético de las expresiones. Este principio no es lo incontable, sino lo que es perfecta y absolutamente ordenado. Fiel á su concepto de la unidad como un número, Locke (lib. II, c. XIII, § 4) considera la inmensidad como un conjunto de unidades de distancia. La idea de *posición* es decir, de orden, aplicada á la noción del número envuelve una trascendental tesis histórica: aun en los primeros pasos de la aritmética, entre los investigadores primitivos, la *posición* no ha sido un concepto extraño á la idea del número y se puede sostener que todo el progreso, en este punto, no ha consistido más que en una simplificación, á partir de los *aparatos* empleados por los pueblos del Oriente, hasta nuestras columnas de la suma y de la multiplicación. «Figura, qualitas». La consideración

del número determinando las dimensiones lineales, estaba en el pensamiento de los más antiguos escritores; esta consideración se harmonizará en el curso del tiempo, con la influencia pitagórica, que no es, á su vez, más que una consecuencia del concepto primitivo de una trascendental especie de *analysis situ*. La noción de «medida» está sometida á otra noción que la precede necesariamente. El hombre lleva su instinto de la inmensidad á las imágenes más elementales: la noción de *todo* es inseparable de las nociones de unidad y variedad. Este símbolo representativo deriva de la misma idea del todo como un receptáculo de imposiciones. En este punto concreto de la investigación, los primeros cerebros que pensaron sobre esto guardaron la imagen única de un «símbolo capaz de recibir las imposiciones», y se puede afirmar que el camino abierto por los especuladores del Éufrates y del Tigris, es el mismo que hoy recorremos. «Por el poder de repetir ó doblar la idea que tenemos de una distancia cualesquiera, y añadirla á la precedente todas las veces que queremos, sin poder ser detenidos por nadie, formamos la idea de inmensidad» (Locke). La aparición del número fraccionario significa un progreso del espírita hacia la abstracción, cada vez más depurada, del número. El número entero representa un símbolo capaz de recibir una serie de expresiones. Pero este modo de considerar la ideación lógica, es sólo aceptable á condición de no considerar la descomposición de la unidad ó del número entero en general nada más que en relación á un orden más bien que á una medida cuantitativa. La ciencia de los números es verdaderamente una parte del método filosófico cuando estudia á *N* como un término ordinal. La *variedad* adquiere su carácter lógico cuando es concebida como un todo, y, cuando por consecuencia de la división, resulta un orden y no

una medida. La génesis del número fraccionario tiene un proceso lógico concordante con la idea fundamental del todo. Un todo es la posibilidad de aplicaciones sucesivas á todos los números y por consiguiente á la unidad. El hombre tiene la idea práctica de la unidad como un símbolo capaz de desintegraciones sin fin. En el primer paso del espíritu hacia la constitución de la aritmética, empieza por considerar la unidad como un todo absoluto, es decir, como la posibilidad pura de todas las divisiones. El instinto de la inmensidad ejerciéndose sobre la idea de la unidad como «un todo perfecto», es la génesis de las fracciones, y esto explica la expresión de las fracciones verdaderamente hipertróficas, de las cuales son abundantes los ejemplos en el famoso papiro Rhind, del British Museum, donde se puede leer, debajo de un numerador muy sencillo, denominadores de tres cifras.

§ 54. Conocidas las condiciones del espíritu, su grado de resistencia, etc., sería casi imposible realizar un solo descubrimiento si no tuviese el arte de saber colocar las imposiciones según un orden genealógico. Así es como el símbolo obedece á una ley de persistencia y á otra ley de disolución. «3» debe su nombre precisamente á su carácter de unidad; envuelve en sí la distinción y la sencillez. Todo nombre que un número toma, representa una expresión cada vez más próxima de la unidad-tipo de donde procede cada símbolo. El número y el todo son valores lógicos gracias á los cuales el entendimiento empieza sus ensayos. En el proceso lógico en virtud del cual hemos visto salir *a*, hay varios grados. En la representación gráfica de las variables, la parte de la línea colocada á la derecha del punto fijado, 0, sería un infinito de signo positivo. Pero yo debo imaginar una fase genética anterior, donde no se ha fijado el punto 0, y, en este caso,

no se puede hablar de direcciones opuestas. Y, sin embargo, subsiste siempre en mi espíritu la posibilidad de calificar la línea. Tal es la noción más lógica del infinito, como posibilidad: 1.°, de la dirección; 2.°, de la determinación en segmentos; 3.°, del nombre de estos segmentos. Esta idea pura, fuera de la dirección y de la cantidad, es el principio fundamental del método.

El símbolo, por el hecho de derivar de un campo de posibilidades, es una expresión movible por naturaleza. Un estudio detenido de la capacidad de los símbolos para entrar en contacto con otros demostraría leyes de evolución semejantes á las de las formas sensibles. La idea tradicional de un *ars inveniendi* ó de un arte de llegar á la verdad, ha hecho confundir la medicina mental y la pedagogía en el mismo capítulo que la ciencia lógica. A este prejuicio no han escapado ni aun los espíritus más independientes. La definición de la lógica como el arte de razonar ó la ciencia para razonar, conduciría á una teleología muy extremada é insuficientemente optimista. Ciertamente, el prejuiciopedagógico domina, sobre todo, en los primeros autores de lógica; pero, en la época moderna, abramos la Lógica de Wolf: «de usu vocum»,—«de ratiocinatione»—«de sciencitia, opinione, etc.»...—«de legendis libris»—«de modo alios refutandi»—: un tratado de pedagogía: una ortopedia mental.—Si la inferencia es un conjunto de otras inferencias, será preciso admitir ó bien una continuación hasta el infinito, ó bien un agrupamiento en torno de una intuición. Y, en ambos casos, se habla de un arte de razonar con el mismo fundamento con que se hablaría de un arte de crear el espacio ó las formas.

Haciendo juicios espontáneos de imposición, creo expresiones dependientes de un símbolo; la receptividad de esta expresión me permitirá establecer

nuevos contactos, y al encadenamiento de mis inferencias le llamo ciencia. «La lengua del análisis, decía Laplace, es la más perfecta de todas, siendo por sí misma un poderoso elemento de descubrimientos; sus notaciones, cuando son necesarias y felizmente imaginadas, son otros tantos gérmenes de nuevos cálculos». *(Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, p. 62). La lógica es la historia de las expresiones y la ciencia de las leyes de su génesis y su disolución. Considerando las notaciones como seres naturales, la historia objetiva de estos seres es la ciencia fundamental de la enciclopedia. Esta ciencia no está constituída; pero existen ya muchos materiales para formarla. Fué instituída en el *ars informationum*, de Bacon. «Admirables calculadores, (se podría decir á los aritméticos), ¿de qué números habláis? ¿Dónde están las unidades tales como vosotros las suponéis, perfectamente iguales entre sí, sin que exista la menor diferencia, y sin que estén compuestas de partes?—Y creo responderán, que hablan de los números que no caen bajo los sentidos, y que sólo se pueden coger por el pensamiento. —Así tú ves que no podemos absolutamente prescindir de esta ciencia, puesto que es evidente que obliga al alma á servirse de la pura inteligencia para conocer la verdad». *(Platón, Rep.* L. VII).

En esta ciencia, los números, y, en general, las notaciones, no son cantidades, sino principios. *(Figuras, qualitatis)*. Desapareciendo la definición como exposición de la connotación, queda como una genealogía, y las expresiones prácticas así como los conceptos puros entran en la esfera de lo que es perfecta y absolutamente ordenado. Esta ciencia representará, en el desarrollo de los conocimientos, lo que representan la geometría de Descartes y la aritmética de Newton. Conducirá á la resolución del problema: «hallar todas las determinaciones po-

sibles de un símbolo y de una ley» (1). De la Lógica, así considerada, derivarían todas las ciencias como expresiones necesarias; fijaría los axiomas, de donde todos los principios científicos se desprenderían como corolarios.

Hemos intentado colocarnos, desde el principio de nuestra exposición, en esta posición científica, y hemos definido la verdad como una expresión capaz de infinitos contactos. El examen de las tres tesis de la naturaleza de lo particular, del carácter de inferencia del axioma y de los atributos sintéticos de la sensación, conduce á un optimismo intelectual, del cual, la brutal pero vigorosa expresión de Bernouilli es el resumen más intenso: «si mus mingit in mare, totus Oceanus commovetur». *(De prop.* adnexa miscellanea.—*Opera,* MDCCXLII.—T. I, 88).

§ 55. La lógica es la posibilidad de los símbolos. No es una regla ni una disciplina, sino la misma realidad de las nociones. La lógica es algo más que una pedagogía: llegada á su último grado de desarrollo, es la explicación suprema de todas las expresiones humanas. El espíritu vive de sus relacionescon lo inconcebible. Sobre este punto pueden emprenderse algunas reflexiones finales, decisivas para el concepto de ley.

Examen de una antinomia

I. Los casos posibles, de cualquier modo, tienen un caso favorable (primera imposición). Pero hay una relación entre lo posible y lo favorable: la

---

(1) Si quelqu'un avait bien expliqué quelles sont les idées simples qui sont en l'imagination des hommes..... j'oserais espérer ensuite une langue universelle. *(Correspondance de Descartes,* éd. Adam-Tannéry, I, car- ~V.)

probabilidad: génesis del símbolo. El símbolo, pues, no altera nada de lo que ya estaba incluído en la *ponibilitas* ni tampoco crea: solamente reune y *hereda* los caracteres que le impone, AB INITIO, el investigador. «La difficulté ne consiste que dans la numération des cas», había dicho en una fórmula sintética Lagrange. Ahora bien, el símbolo se reducirá á expresar las relaciones entre los casos contados en una y otra parte: $\left(\frac{f}{p} = P\right)$; y él mismo *está en potencia de su contado*. Por esta potencialidad, es por lo que aun puede hablarse de *azar* dentro de la ley. La *ley* representa sobre todo el símbolo de relación; pero la relación depende de un número.

II. Pero, aún, este número de casos posibles, no es un número infinito; es decir, lleva impuesta ab initio otra condición: el límite: es un número que acaba en un momento dado. La dificultad es determinar ese momento. Esto supone una segunda imposición, derivada de la estudiada arriba, pero mucho más difícil. Sin embargo, es una dificultad de orden práctico, pues siempre y en todo caso, puede sentarse como axioma: «conocido el número, entra en una relación»; ó, mejor, «contados los casos, entran en la fórmula». Así, pues, no ya el azar está regido por una ley, sino que el azar, en sí mismo, lleva la potencialidad de la ley, es decir, el azar es una ley, por la regla universal de la conversión.

III. Pero aún una dificultad puede suscitarse. Si el número es *indefinido,* y la dificultad práctica es limitarle, si tal dificultad no se puede vencer, el azar queda libre del contacto de la fórmula ó de las imposiciones más generales. En efecto, en el párrafo anterior hemos razonado como si los casos, no sólo fuesen contables sino que estuvie-

sen ya contados. Imaginemos que esta segunda circunstancia nos falta. Aun dentro de la indeterminación en que, ahora, HIPOTÉTICAMENTE, nos colocamos, no deja de cumplirse la ley de reversibilidad y de conversión. Pues un razonamiento sencillo se impone: si un jugador tiene una fortuna *menor* que otro, que la posee *mayor*, el que la tiene mayor arruina al primero.—Ya aquí nada se determina; los términos están en el aire; sólo con un dato (referible más que nada á la *calidad* — tomando cada fortuna como un todo—) yo impongo una ley al azar.

IV. Para los casos en que, ni aun ese dato de la *calidad* es determinable, el *símbolo se disuelve;* es decir, por falta material de datos, no podemos plantear el problema ni hablar de relaciones entre términos que en absoluto se nos niegan. Pero aun en este caso límite, desfavorable, la dificultad práctica de establecer un símbolo no puede confundirse con la ley que rige el símbolo mismo, antes de su formación. En este caso, el *azar es ley;* pues, en el seno de su indeterminación *práctica*, para el analista, conserva su *determinación ideal.* Y una mente en posesión del dato, verá siempre la ley.

LIBRO I

PRIMERA PARTE

De la cantidad

Capítulo Primero

§ 56. En Cantor, la «Potencia» ó número cardinal ($\overline{\overline{M}}$) y el tipo ordinal ($\overline{M}$) corresponden á una noción general insita en M, y deducida *directamente* por el espíritu. En M, los elementos, *m*, obedecen: 1.° á una ley de agrupación; 2.° á una ley de constitución ó de naturaleza. Por la primera de estas leyes, *m* conserva un orden en el agregado hipotético M, y por la segunda tiene un *nombre*, es decir una calificación determinada. Ahora bien: el espíritu puede hacer dos abstracciones sucesivas, excluyendo de M el orden y la naturaleza de sus elementos, ó bien una sola abstracción, relativa á la segunda ley ó del nombre.

Esto formaría una primera clase de operaciones mentales, con respecto á una serie de números; pero podremos, en todo caso, concebir dos procesos espe-

culativos tales, que en ellos: 1.º se abstrae el nombre y se considera el orden; 2.º operando sobre el orden, se abstrae su contenido, y se distingue dos factores en la serie. Uno de estos factores es, por decirlo así, substancial, y no depende más que del contacto del símbolo máximo concreto consigo mismo, y de los elementos resultantes de tal contacto; el otro factor es nominal, y se refiere sólo á la *posición* (final ó inicial). El «orden de contacto» permanece; pero abstraemos el orden de posición, y entonces resulta la notación inversa de M, que Cantor representa ·M.

La diferencia entre el conjunto finito, E, y el conjunto transfinito, T, es, radicalmente, el orden máximo ó perfecto, y por lo tanto el «símbolo máximo concreto». El conjunto finito no es equivalente á ninguna de sus partes; el conjunto transfinito es tal, que tiene partes que le son equivalentes.

§ 57. El número concreto —que sería el triunfo de la cantidad fija — necesita *todavía* varias condiciones, sin las cuales *3* es un número tan algébrico como *a*. La relación entre *3* y «3 flores» es, proporcionalmente, la que existe entre *a* y *3*.

Pero no basta. Suponiendo la gěnesis más fácil. *3* participa de los caracteres que estaban en *a*, en principio. Uno de estos caracteres es el signo: + a ó — a se *impone* á todo nombre de la cantidad concreta.

Esta sencilla consideración se extiende. El signo es una indicación de la relación de *3* con cualquier otro número: una notación simbólica. Así, *3* puede estar bajo un radical (nueva condición, que se *impone* al «nombre»). Por lo que se refiere al signo, el analista lo determinará en el espacio, constituyendo los *grupos de puntos* y los puntos límites, origen del cálculo diferencial.

El signo, que necesariamente se impone á toda

determinación de *a*, porque precisamente la contiene, se impone á cualquier nombre de *3*, porque este número es, á su vez, la posibilidad de cualquier nombre.

En esta última determinación parecería agotada la serie lógica, y, por tanto, la cantidad tendría su razón de ser en el nombre ó nombres de *3*. Pero el signo es como el hilo conductor que devuelve la cantidad concreta á manos del analista. La cantidad concreta es una *notación simbólica*. El carácter esencial de la cantidad es su movilidad: es una variable. Pero tal variabilidad (referible, por ahora, sólo al signo) está subordinada á un principio superior. Una vez que he establecido «+ 3 flores» y «— 3 flores», puedo *imponer* que las del signo positivo sean precisamente las de la derecha.

Con la notación simbólica, que es en sí toda cantidad concreta, procede de idéntico modo el analista. A toda variable le da una situación en una recta, y sobre esta recta impone un punto fijo. A todo el trozo situado á la derecha del punto 0 le impone el signo positvo. Cualquier segmento, pues, sobre la recta, está inmediatamente calificado, por ser parte de la recta misma.

El concepto de variable, aplicado á la cantidad concreta, se extiende. 3, al separarse de *a*, conserva los caracteres de *a*, y, sobre todo, la cantidad concreta se sigue definiendo por el atributo esencial de la cantidad abstracta. Se comprende que este atributo esencial, en *a*, varíe con el concepto de que se parta. Tomando preferentemente el concepto de génesis, por su importancia *lógica*, *a* — como principio genético de 3, se nos aparece como la posibilidad de 3.

En cuanto á la razón íntima de esta posibilidad, depende del carácter de indeterminación de *a*, pues toda cantidad abstracta (en el concepto genético)

puede ser considerada como *variable*. Este es el atributo esencial de *a*, del cual participará también *3*.

Este segundo concepto de variabilidad no se refiere ya, por consiguiente, al signo. Pero el analista lo incluye con la misma facilidad en la recta citada, calificada según el modo expuesto. El «campo de variabilidad» (recuérdese el tecnicismo del cálculo diferencial) se aplica con el mismo rigor en uno y otro caso. Si *a* es un segmento dado sobre la recta, la posibilidad de *a* consiste toda: 1.° en su indeterminación para cualquier valor, de 0 (como mínimum de la cantidad concreta) á ∞ (como máximum de la cantidad concreta). 2.° en su receptividad simbólica y en su capacidad genética. Esta capacidad la define como cantidad *variable*, atributo esencial del cual participa *3*. Luego *3* es génesis de *a*, como *a* engendra *3*. El proceso es invertido, permaneciendo el mismo el campo de variabilidad. En rigor, pues, el concepto de *variación-génesis* es el de variación - notación (signo, símbolo) · *a*, después de + ó de —, no es más que el espacio que me propongo llenar. La posibilidad absoluta de *a*, sobre mi papel, sería + ó — , es decir el *vacío* mismo.

Esta consideración es aplicable á la génesis de *a*, como la hemos aplicado á la génesis del número. Con la reducción de la cantidad abstracta al signo que la determina, su posibilidad está determinada (en el *campo de variabilidad)* por la dirección, y no por el segmento. La posibilidad de toda cantidad abstracta, es decir, la *dirección pura*, es el infinito, cuyo atributo esencial (genético) de indeterminación y de receptividad se propaga á la cantidad abstracta, y de ésta al número, y al nombre del número. Este atributo esencial del infinito es la condición necesaria del descubrimiento en matemática. El matemático procede en sus ensayos por imposi-

ciones mentales, fundado en el carácter íntimo del *principio genético de las cantidades abstractas*. Un ruidoso y moderno ejemplo es el espacio de *n* dimensiones, fundado en una posibilidad y en una necesidad: La posibilidad de *n* variables, y la necesidad de representarlas en el espacio (dado que una lo sea).

§ 58. El infinito, que es la posibilidad de toda cantidad abstracta, es el principio genético del signo y de toda notación simbólica. En el caso de la representación gráfica de las variables, cabe imaginar una fase genética en que aún falte fijar el punto 0. En este caso, no puede hablarse de direcciones opuestas; pero existe la posibilidad de calificar la recta. Tal es el infinito, como posibilidad de la dirección, de la determinación en segmentos y del nombre de tales segmentos.

Esta idea del infinito, fuera de la dirección, *superior á toda notación simbólica*, y conteniendo la posibilidad de cualquiera determinación, es particularmente aplicable á los teoremas sobre los límites, que se estudian en el cálculo diferencial. Se recuerda, en efecto, que, según el *modo* (dirección y sentido de la dirección) con que acercamos α á a, obtenemos diversos límites. Estos límites son *infinitos* en una representación gráfica; lo que quiere decir que la aproximación de un punto á otro puede efectuarse en «cualquiera dirección», es decir, que las aproximaciones recíprocas representan la posibilidad, dentro de la cual están comprendidas a, b, c,..... n como sentido y forma de la dirección.

Hemos dicho que, genéticamente, entre la posibilidad de la cantidad abstracta, y esa misma cantidad, puede seguirse varios procesos. Como uno de tales procesos, hemos examinado la aparición del signo y del sentido de la dirección. Pero la tesis lógica no puede considerarse completa.

Recuérdese, ante todo, cómo, en la génesis del número y de su nombre, la cantidad concreta *continúa*, en sí, el atributo esencial de la cantidad abstracta, que es la variabilidad (y, como caso particular de la variabilidad, la signación). Del mismo modo debe considerarse la génesis de la cantidad abstracta. Los procesos genéticos de ∞ á + ∞ y — ∞ , de éste á *a*, á *3*, á *3 flores*, son etapas similares que se prolongan sin interrupción. La serie lógica de ∞ á 3 flores, representa la continuidad de un mismo atributo (la *posibilidad*, de que el analista se sirve para sucesivas imposiciones).

Cuando parece agotada la serie (es decir, cuando el número concreto toma ya un nombre) el signo — notación inseparable del número — vuelve á ser el hilo conductor que devuelve la cantidad concreta á manos del analista. El signo que *3* impone á su nombre, es una imposición ó subordinación que procede de *a*, símbolo que á su vez tiene la génesis y la razón de cualquiera de sus atributos en la posibilidad fundamental que se ha convenido en llamar *infinito*.

La serie lógica es, pues, reentrante.

La expresión *número infinito* es sólo admisible en el sentido génetico, es decir, como relación del último término de la serie («símbolo máximo concreto») con la posibilidad ó imposición fundamental. Pero la simple enunciación del concepto de *número infinito*, si no se entiende en el concepto de génesis, es absurda, pues equivale á atribuir al infinito la cantidad. Se cede á la preocupación de considerarlo como lo *incontable*. Tal es el origen de la antinomia que en la Analítica de Kant se maneja como argumento contra ciertas ambiciones especulativas. Este postulado arbitrario que, sin embargo, parece haber estado en la mente de tantos escritores, se traduce lógicamente por el siguiente

absurdo: cada miembro de la serie, es la razón suficiente de sí mismo. Lo que equivale á negar la serie, después de haberla puesto.

Para evitar estas consecuencias, es preciso devolver á la expresión *número infinito* su verdadero sentido. Lógicamente, es una notación simbólica del proceso de inducción, ó inferencia de lo particular á lo general. Pero notemos cuidadosamente que esta inferencia de lo particular á lo general es posible por el carácter mismo de lo particular, por contener un atributo esencial que estaba ya en la posibilidad. Y en este sentido hemos dicho que toda cantidad concreta, por su signo y por su carácter de variable, es una notación simbólica. Así, *necesariamente*, la inferencia de lo particular á lo general envuelve una petición de principio.

§ 59. Se recuerda las observaciones de Mill sobre la inferencia silogística. Un nuevo examen de las condiciones elementales de la inducción demuestra que, en la inferencia de lo particular á lo general, existe la misma petición de principio. La participación de la cantidad concreta en el atributo esencial de la *ponibilitas* primitiva, constituye un carácter común á todos los miembros de la serie.

Así, las condiciones naturales de toda imposición científica son: 1.ª, reducción de la cantidad concreta á la forma pura de la posibilidad, que lógicamente constituye el término inicial de la serie; 2.ª, receptibilidad de este primer término, engendrador de *infinitas* series y de «infinitos» términos en una serie dada.

I. Esta segunda condición nos hace columbrar lo inmenso de la ciencia humana. Los que conozcan el manejo de la representación (gráfica ó analítica) habrán observado que el matemático, muchas veces, se halla desprovisto de expresiones concretas para sus símbolos. Así sucede con la representación

gráfica de la dependencia que se establece entre una función y la variable independiente. Hay casos en los cuales el sistema de coordenadas permite representar cómodamente aquella dependencia: podría decirse entonces que la expresión y la notación simbólica coinciden. Pero en esta coincidencia hay un límite, pasado el cual la geometría analítica es impotente para darnos una representación gráfica; á pesar de esta *deficiencia práctica*, el investigador sigue imponiendo condiciones.—De esta discordancia entre la *posibilidad* y la *expresión*, hemos presentado antes un ejemplo al referirnos al espacio de n dimensiones. Por lo que se refiere al caso que ahora consideramos, de la dependencia entre una función y su variable independiente, las condiciones varían algo: aquí es la dificultad (que podríamos llamar material ó práctica) de que las coordenadas x é y nos den una curva que exprese la relación entre ambos valores. El calculista busca otras expresiones en el análisis, ya que la representación gráfica es imposible. En último término, las imposiciones á priori respecto al valor y al cambio de valores entre x é y, siguen siendo ininterrumpidas. Salvadas las dificultades de la representación gráfica, ó mejor transportadas al análisis, y allí resueltas, el espíritu impone libremente, en estas nuevas expresiones analíticas, los sucesivos valores de x y de y, prescindiendo (hasta cierto punto) de tales expresiones. Así es como luego resultan las representaciones *explícitas* y las *implícitas*. Toda representación implícita es, en cierto modo, la reaparición, en el campo del análisis, de la dificultad práctica con que nos encontramos en geometría analítica.

El descubrimiento procede por sucesivas necesidades espirituales que se van presentando. El origen de los números imaginarios es: 1.º, la necesidad

de una *continuidad* ininterrumpida en la serie de casos posibles, de varias combinaciones de signos; 2.°, la necesidad de que tuviera también su expresión el nuevo caso de la serie. — El proceso puede trazarse, lógicamente, así: el genio proponente estableció y resolvió la serie de casos en que el signo del índice de una raíz, y la cantidad cuya raíz se extrae, son: 1.°, *iguales;* 2.°, *diversos.* Cuando se propuso el caso: «el índice es impar, la cantidad positiva», la simple regla de los signos, de la multiplicación, enseñó que el resultado debía traducirse siempre con el signo positivo. «El índice es impar y la cantidad negativa»: por un razonamiento análogo se dedujo el signo negativo.

Aun se presentaban dos nuevos casos: 1.°, el índice es *par*, y la cantidad positiva; 2.°, el índice es *par*, la cantidad negativa. El espíritu que propone, era guiado por la seguridad de hallar una solución: en esos dos últimos casos, la serie no podía interrumpirse. Sin embargo, la *paradoja algébrica* se presentaba claramente. $\sqrt[2n]{a}$ exige un número, N, tal que, elevado á 2_n reproduzca *a*. Pero $N^{2n} = (-N)^{2n}$: tal era la paradoja. La solución que se dió consistió en aceptar los dos signos, leídos en la notación $\pm$.

El caso en que el índice es par, siendo negativa la *a* del radical, ofrecía una segunda paradoja. En $\sqrt{-a}$ se pide un número que, multiplicado por sí mismo, dé $-a$. Sea N ese número. Se trata de averiguar el signo con que irá colocado en el segundo miembro de la igualdad. Ahora bien: N admite en todos los casos el signo positivo, y nunca (hasta ahora, en la aritmética actual) el negativo. En efecto,

$(+N) \cdot (+N) = +a$ y $(-N) \cdot (-N) = +a$:

tal es la paradoja. El matemático ha procedido aquí como el químico, cuando, establecida una serie

continua de cuerpos mediante el cálculo, espera que lentamente el experimento le vaya dando los isómeros cuya fórmula conoce por deducción. Una *precisión* parecida ha sido el origen de los llamados, con nombre poco conveniente, números imaginarios.

II. En cuanto á la primera condición del descubrimiento (reducción de la cantidad concreta á la forma inicial de la *ponibilitas)*, la consecuencia más importante puede enunciarse así: participando todos los términos de la serie del atributo esencial, la serie no se agota con el «nombre del número», sino que permanece siendo reentrante, buscando en el término inicial su razón suficiente.

El que consideramos «término final» de una serie no es sino el límite en que se detiene nuestra ciencia ó—lógicamente—la capacidad actual de nuestro espíritu para seguir imponiendo y determinando—ó expresando. En el caso de la dirección y de sus varios sentidos sobre una línea recta, la serie lógica, cada uno de cuyos términos está en mutua dependencia genética, estará representada: 1.º, por el trazado de la recta, es decir, la posibilidad de la dirección; 2.º, por la fijación del punto 0, (dirección positiva ó negativa); 3.º, por la fijación de un segmento, á la derecha ó á la izquierda. Aquí estaría el término final de la serie, el nombre del número. Pero el tercer momento genético puede estar sometido á nuevas imposiciones, lo que equivale á decir que el nombre puede aún resultar calificado. En el segmento, *S*, el extremo *a* se aproxima al *b*, y así se engendra (nombre del número); pero ¿cómo se aproxima *a* hacia *b*? 1.º *Continuamente* (*a*, a, a_2, a_3..... a_n..... b); 2.º *Discontinuamente* (a, a_2, a_5, a_n b).

Aplicando íntegro este razonamiento al caso de funciones con una sola variable (variable indepen-

diente), habremos definido dos grupos de tales funciones, *según la dirección.*

Para confirmar la tesis sobre la naturaleza de lo particular, debe observarse todavía que, en el ejemplo mencionado, la *dirección*, que sería el término inicial de la serie, es á su vez calificada por la *continuidad*, es decir que, en toda función continua, la continuidad subsiste cualquiera que sea la dirección con la cual se llega á la variable límite. Esto es lo que está en el fondo del teorema: «los dos signos de función y de límite son convertibles entre sí, en toda función continua»

$$\lim_{x = a} f(x) = f(\lim_{x = a} x) = f(a)$$

En términos de lógica, el filósofo escribirá que «todas nuestras representaciones son objetos del sujeto, y todos los objetos del sujeto son nuestras representaciones».

§ 60. De las dos condiciones examinadas puede deducirse las reglas fundamentales de la *disertación*, tal como recomendaban «Platón el divino y el sorprendente Kant»: la homogeneidad y la especificación—que Schopenhauer se maravillaba de la escasa aplicación que habían recibido en el problema del principio de la razón suficiente y de su cuádruple raíz.

De aquí se concluye la continuidad de método que debe ligar toda la ciencia y la necesidad de que cese toda oposición entre las operaciones de *comprender* y de *calcular*. La misma exclusión del mecanicismo, hace restringir la aplicación del principio de la razón suficiente. Se recuerda la crítica de Kant á Eberhard, por haber confundido el principio lógico ó formal (que se refiere á las proposiciones) con el principio trascendental ó material (que se refiere á las cosas). En sus detestables reflexiones sobre la

ciencia matemática (§ 38, *Aritmética.* — § 39, *Geometría)* Schopenhauer cede demasiado á la aplicación de la doble forma del principio lógico y del principio trascendental al método de las demostraciones.

Capítulo II

§ 61. El símbolo continúa los caracteres fundamentales, que fueron la razón última de su génesis. Pero tales caracteres se prolongan hasta dar lugar á un símbolo nuevo. En una serie á simple entrada, un término dado, a_n, puede considerarse en el momento mismo de su aparición. En este caso, podemos proponernos la cuestión: ¿cuáles son las leyes á que obedece en su genealogía? Resolviendo este problema, así planteado, resolvemos también la cuestión siguiente: ¿cuáles son los caracteres fundamentales por los cuales persiste? El analista, en este momento crítico, hace una especie de *retour* sobre sus especulaciones, poniéndose en el momento genealógico; pero de aquí pasa inmediatamente á la *razón de persistencia*, es decir, á las condiciones que dan estabilidad al signo, y al límite de tal estabilidad. Esta última cuestión del límite, es el último tema que se propone el crítico; pues, resuelto en un sentido ó en otro, el símbolo analizado pasa inmediatamente á manos del especulador, que, en posesión de la capacidad-límite del signo, y de los caracteres por los cuales persiste, no tendrá más que acentuar tales caracteres—creando nuevas imposiciones—para rebasar aquel límite. En este momento, aparece una nueva notación simbólica, derivada de la que sirve como punto de partida; [...]o, en la creación del nuevo símbolo, no se con-

tradicen las leyes de formación del primero. Este se disuelve, pues, gradualmente y por un proceso *idéntico* al que presidió á su génesis.

El término a_n de una serie á simple entrada, puede definirse concretamente como el término ordinario de una suma, calificado mediante un índice. Lo característico, pues, es esta calificación que le impone el índice, pues en virtud de esta calificación ha surgido. De tal modo, puede asegurarse, en general, que los caracteres de n definen á a. El *quaesitum* está, pues, perfectamente determinado. ¿Qué significa n? Ante todo, y casi únicamente, un «orden de sucesión». El índice de a, está relacionado con otros índices, y, por tanto, con un número indefinido de a (símbolo permanente) sujetas á las variaciones de n: a_1, a_2.........a_n. La suma de estos términos, $\sum_{n=1}^{n=\infty} a_n$ es, sobre todo, la expresión del caracter de sucesión ó posición. En virtud de estas consideraciones elementales, está definido a_n *genéticamente*, pues los caracteres que le fijan son las leyes que le formaron.

§ 62. Para disolver el símbolo, continuaremos su genealogía. Así conservaremos la permanencia de a y la variabilidad de n: éste es el eje. ¿Pero cómo varía n? Como antes variaba: en sucesión; podemos ensayar varias series: a_0, a_1, a_2...... cuyo símbolo será $\sum_{h=-\infty}^{n=+\infty} a_n$ y también a_{-1} a_{-2}.....a_{-n} representado por $\sum_n a_n$.

El símbolo empieza á disolverse cuando damos una variación nueva á n, asignándole dos valores: $a_{n,n+1}$ ó en general, a_{mn}. Entonces se disuelve el símbolo primitivo, prolongándose en este término de una serie á doble entrada, cuya representación

curioso hecho que brevemente indicaré aquí con el nombre de «ley de discordancia entre el símbolo y la connotación». Así, con arreglo á esta ley, la notación $\sum_{n} a_n$ (símbolo de la suma) no representa la *suma* de una serie de términos, sino que denota el modo como tales términos se suceden.

Esta es una nueva imposición que hace el analista dentro del símbolo, restringiéndolo á un significado inesperado. El nuevo concepto corresponde, sin embargo, á una naturaleza fija; por lo que se refiere á la cuestión que aquí tratamos, significa una aclaración completa en los conceptos de «todo» y de «parte». Así, concretando mucho, los diversos términos $a_{-1} + a_{-2} + \ldots\ldots a_n$ forman un conjunto, cuya expresión sintética es $\sum_{n} a_n$. Este símbolo sería el *todo*, de que las diversas *a*, con índices crecientes, formarían las *partes*. Pues bien: el *todo* aquí no es una suma de *a*, sino una ley de formación.—De este modo, la idea de *producto* y la de *suma* se convierten en nociones equipolentes; y se dice que el producto infinito, en una serie convergente, tiene por valor la suma de la serie.—Es decir, que entre los símbolos $\sum_{n=1}^{n=+\infty} a_n$ y $\prod_{n=1}^{n=\infty} (1 + a_n)$ la equipolencia es perfecta. De la convergencia de la serie, que simboliza el primer signo, depende la convergencia del segundo (aun en el caso concreto de que *a* tome un valor absoluto: $| a |$.

El concepto de *posición*, en esta teoría de la suma, me parece que puede sostenerse con otro argumento, partiendo del principio de una serie á doble entrada, es decir del tránsito de una *serie* cuyos elementos ó términos están calificados mediante un solo índice, á otra serie cuyos elementos exigen dos índices, para

estar plenamente representados. En este tránsito, es evidente la noción topográfica predominante: la definición de «todo» como una síntesis, en que predomina el orden de sucesión; y los términos (pars ex toti) como símbolos que realizan concretamente una ley de posición ó de sucesión. Esto es tan cierto, que la representación lógica de toda serie á doble entrada es el sistema de coordenadas, en que cada índice corresponde á una línea ó distancia, de tal modo que en la notación a_{mn}, *m* sería, por ejemplo, la abscisa y *n* la ordenada.

La génesis del segundo índice, ó sea su ***ley de introducción*** en los razonamientos del analista, está en la imposición de un nuevo concepto en la noción general de orden y sucesión que representa la síntesis ó *todo* (suma) de una serie. Esta nueva imposición se refiere, como hemos señalado, á la «posición en el espacio» de *m* y de *n*. El último problema, pues, es preguntarse por la razón de tal imposición y por la razón de los cambios introducidos en la notación del símbolo *a*.

Este problema está resuelto en los términos mismos en que se plantea: la ***ley de introducción*** del segundo índice consiste esencialmente, en la equipolencia de la notación que exige con la naturaleza del primer índice que califica á *a*, y de *a* mismo. Es decir, que el segundo índice prolonga el primero, continuando su esencia.

Esto supone un principio común de formación, y una ***notación común para los dos índices***. Esto es lo que, en el Cálculo, se expresa con el teorema: «una serie á doble entrada es reductible á una serie indefinida de números dispuestos linealmente»; teorema que conduce al concepto sintético de series ***unívocas*** ó ***recíprocas*** y del que deriva inmediatamente esta reducción: $a_{mn} = c$.

§ 66. Después del comentario de Mill, no puede

sostenerse las proposiciones: *dictum de omni* y *dictum de nullo* como axiomas del silogismo; sino, precisamente, según propone el escritor, como la definición concreta de la *clase*. El carácter fundamental que señalamos á la serie, de persistir en sus términos, ó de ser la calificación general permanente de cada uno de sus términos, sería la aplicación más exacta de los aforismos famosos.

§ 67. El símbolo, por su mismo carácter de salir de la *possibilitas*, tiene una parte inmanente de *idea*, y de aquí procede su capacidad de ser sometido á nuevos contactos. Un estudio imparcial de la evolución de los signos demostraría la ley de constitución que los preside. Un entendimiento predispuesto á la síntesis realizaría, en esta parte de la matemática, una labor fecunda. El ejemplo del cálculo de las funciones generatrices, en que ha insistido con tanta brillantez Laplace (*Essai philosophique sur les probabilités*, p. 62) no puede ser más demostrativo. Y puede decirse que todo el porvenir de los hallazgos de Wallis, de Leibniz, de Newton, de Lagrange, dependió de aquel momento en que Descartes, buscando un signo práctico para sus notaciones, indicó el producto de una letra por sí misma con la cifra 2, colocada en la parte superior y derecha de aquella letra. Así, las leyes sobre los exponentes, el cálculo de las integrales definidas, el cálculo exponencial... estaban inmanentes en la notación cartesiana. Y si el análisis le debe sus descubrimientos, no es sino por la capacidad del símbolo de entrar en nuevos contactos ó de sufrir sucesivas imposiciones.

CAPÍTULO III

§ 68. Sea la suma

$$a x^4 + b x^3 + c x^2 + d x + e. \quad (1)$$

Los momentos de la génesis de esta suma pueden resumirse:

1.° x impone su calificación á los términos *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

2.° Primero entra como repetición de sí—luego como posiciones «calificadas»—por último, como gradación.

3.° Sus contactos se refieren primero á *a*, término que ocupa:

I. La *primera* posición de x.

II. *Cualquiera* de las posiciones.

III. *Todas*.

4.° *a* se determina en forma de *b*, y la nueva nota ocupa los diversos espacios que les deja libre *a*.

5.° Lo mismo se verifica con *c*, *d*, *e* .....

La ley general de la serie ahora considerada, es: la sucesiva posición y conservación de las notas *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, y el decrecimiento de x.

§ 69. Si en *e* admitimos el paso de x de un valor cualquiera á *cero*, convertimos á *e* en cero. ¿Cómo resolver esta paradoja? Dando á x el contacto con cero, pero distante, es decir, x^0, que es igual á 1.

En virtud de la ley de decrecimiento, después del

(1) La consideración de este caso conserva su interés, desde que la fracción $\frac{a r^2 + b x + c}{A r^2 + B x + C}$ fué el objeto de los studios de Greenhill y Catalán.

contacto distante, el contacto inmediato reducirá f á cero. Y cero es tomado entonces como «posibilidad». Para volver á construir la serie, á partir de cero, sólo tendré que hacer una ***discriminación*** ó alejamiento de símbolos.

§ 70. Antes de anularse x, es decir, antes de su contención en cero, el cero, como hemos dicho, se le aproxima: x^0. La unidad representa aquí un campo intermedio entre los valores posibles de x y el decrecimiento de estos valores, hasta la inmovilidad. Pero, por definición del número 1, siempre podremos concebir el contacto de dos números tal que $b - a = 1$, si se trata de una serie en sucesión, como la presente. Así, $x = b - a$.

Si, en vez de decrecer, x toma índices cada vez mayores, este emblema podrá aplicarse siempre, en todos los casos en que x conserve el carácter con el cual descendió al «campo de variabilidad». Este carácter es el de factor: $(x^4 a + x^3 b + \ldots..)$ Cuando x pierde el contacto de cero, adquiere un valor que, por hipótesis, es distinto de la unidad; y, como x califica la diferencia $b - a$, por calificar al factor 1, en el caso de x^1, dicho factor debe variar. Así podremos escribir $X = p(b - a)$. Un aumento en los términos del segundo símbolo no perjudica el emblema; y, para un índice determinado de x, por ejemplo x^2, se tendrá una relación tal como $x^2 = p(p - a)(p - b)(p - c)$

ó bien $x = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ fórmula conocida del área del triángulo. En cada nota $p(p - a)$ etc., considerando aislada la diferencia, el segundo miembro a, b, c, se desdobla ahora y se refleja; de donde

$$p(p - aa')(p - bb')(p - cc').$$

Este símbolo expresa el segundo término de la llamada fórmula de Brassine:

$$6\,VR = \sqrt{k\,(k - aa')\,(k - bb')\,(k - cc')}$$

§ 71. Si *x* conserva en todos los puntos de su trayecto la lejanía de *a*, *b*, *c*, asumiéndolos dentro de su valor, la suma

$$a\,x^3 + b\,x^2 + c$$

se convierte en

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

Desdoblándose, é imponiéndose á las notas *y* y *z*, obtendremos:

$$\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)\ \left(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2\right)$$
$$\left(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2\right)$$

La deducción detenida de estos valores permite la extensión de una fórmula de Euler sobre el cálculo de los momentos de inercia principales de un sistema de puntos materiales.

CAPÍTULO IV

§ 72. El calculista *impone* condiciones para hallar relaciones. Parte de una relación, prefijada, entre *x* ó *y*. Según la notación convenida, escribe $y = f(x)$, y es sobre la función sobre lo que impondrá condiciones.

La primera que aparece al espíritu (implícita ó explícita) es la relación de identidad: $f(x) = f(x)$. Desde este punto de partida, el signo = puede cambiar, y empieza á cambiar de hecho. Por lo que hace á las relaciones de que deriva el cero, la primera imposición, $f(x) - f(x)$ da el concepto de cero como cesación de calidad, caso el más común ó co-

nocido. Esto formaría un primer grupo de imposiciones.

El segundo grupo ó momento especulativo está representado por las inferencias. Ya f (x) no se opone á sí misma, sin sufrir antes una modificación: la imposición se traslada á la parte íntima ó interna. La *modificación* propuesta es la adición: á x se agrega una cantidad, a, dotada de la condición general (derivada del atributo esencial de la *ponibilitas*) de variabilidad ó inestabilidad. Pero, por una concesión legítima, este carácter está aumentado ó exagerado en a y disminuído en x; y, en el límite, puede considerarse x estable y a móvil. Así, puede imaginarse dos términos: f (x + v) y f (x). El primero está engendrado por el segundo, mediante una restricción ó anulación del atributo esencial (aun aquí, como vemos, domina el concepto de cero como cesación de calidad).

Entre los dos términos, impongamos una relación. Continuemos el método de las imposiciones del primer grupo, y razonemos sobre los ejemplos f (x) = f (x) y f (x) — f (x). El primero, evidentemente, no puede considerarse ya aquí, pues — antes de oponerse á sí misma — x se ha modificado, es decir, ha adquirido una nueva calidad.

En cuanto al segundo modelo, la relación f (x + a) — f (x) no da cero sino en el caso en que a sea igual á cero, lo que equivale á volver sobre la primera condición, derivada de las imposiciones de identidad. Si, pues, queremos permanecer en el segundo grupo, ó de las inferencias, es preciso que a mantenga su condición de cantidad real, susceptible de *absoluto cambio*.—Pero, por hipótesis, buscamos las relaciones de las cuales deriva el cero.—Esta antinomia se resuelve en los siguientes términos: la relación f (x + a) — f (x) presenta varias tendencias, dependientes del incremento

de *a* ó del decrecimiento. Cuando éste es muy considerable, cuando llega á cero, la relación cesa de ser una relación de inferencia, y—toda entera—tiende á cero.

En un tercer grupo de imposiciones, las relaciones se alejan siempre de la relación de identidad, en las dos formas descritas de identidad propiamente dicha (constructiva) en que el objeto se impone á sí mismo y de anulación de cualidad, en que el objeto se opone á sí mismo. De ambas formas se aleja el investigador en este tercer momento. Parte del *grupo de indiferencias*, agregando á la notación simbólica dos principales relaciones: 1.ª la indiferencia del signo en *a*, y 2.ª la relación de *toda* la notación con su variable.

La indiferencia del signo resulta del concepto de las «tendencias de *a*», ya apuntado. En cuanto á la segunda condición, deriva del mismo atributo de *movilidad* que corresponde á *a*. La expresión de este nuevo contacto, en el anterior símbolo $f(x + a) - f(x)$ sería:

$$[f(x + a) - f(x)] \pm a.$$

Este grupo de la *coeficiencia* se distingue esencialmente del de la inferencia por el concepto de cero. En este tercer momento, el cero es el *alejador* de las primeras imposiciones (de identidad, en sus dos formas). Aquí se considera como *condición negativa* para que la posibilidad continúe y se realice.—Lo que, en este caso, importa fijar sobre todo es el concepto de cociente diferencial y el de relación incremental; conceptos que sólo pueden deducirse en relación con un límite *diverso de cero*. Esta condición es tal, que debe persistir aún en el caso de $a = 0$: tanto es así, que el cociente diferencial, ó sea la derivada de una función, se define como independiente del modo cómo *a* tienda á 0, y cómo independiente del signo de *a*.

§ 73. En otra esfera especulativa, el cero es estudiado como cesación de calidad, por *acto inmediato* de oposición (a — a) y como cesación de calidad, por imposición gradual ó genética. El caso típico es el teorema de Rolle, sobre el valor de la derivada, en caso en que un máximo ó un mínimo ocupen un punto intermedio en un intervalo. El valor de la derivada, en tal punto, es—como se recuerda—cero. Este teorema expresa la cesación de una calidad; pero no de la calidad primitiva (como en la oposición directa de a — a) sino de una calidad añadida. La derivada, en efecto, puede considerarse *en el acto de su aparición*—como la calidad de la función á que corresponde:—lógicamente, sería una calidad de calidad. Así, el *cero* es una condición impuesta no inmediata, sino á condición de que la función, al recorrer el intervalo, tenga su máximo y su mínimo en un punto intermedio. Es una condición genética.

El mismo concepto de génesis halla amplísimas aplicaciones. Todo deriva de la cantidad como *ponibilitas* de la variación (como la variabilidad pura, del más y del menos, en el sentido de Platón). Pero esta variabilidad, que damos á la cantidad como su *atributo*, puede presentarse bajo dos formas:—como tendencia incremental (es decir, adición de cantidad á cantidad)—y como tendencia motriz constante. Este último caso supone nuevas imposiciones á la génesis, particularmente en el concepto de la «constancia unida á la variación», paradoja matemática que representa una de las fases del tránsito lógico del concepto de cantidad como elemento estable al concepto de variación pura.

A una fase así intermedia se refiere el teorema sobre el valor de la función en los diversos puntos de un campo de variación, para el caso de que las derivadas parciales de tal función sean *cero*, en cual-

quier punto del campo. El valor de la función es, en este caso, constante; y el valor *cero* de las derivadas parciales indica la condición misma de la posibilidad (que, en este caso, es la paradoja matemática: la constancia unida á la variación).

§ 74. El verdadero concepto de «fórmula indeterminada» es la posibilidad de una serie de valores. En el cálculo del límite del cociente de las funciones se llega á «fórmulas indeterminadas» que son una posibilidad partiendo de imposiciones.— En

$$f(x) = \frac{f'(x)}{f''(x)}$$

el valor total, dependiente de la serie de valores aplicables á x, resulta indeterminado. Esta indeterminación se funda en el origen mismo de las imposiciones. El investigador, en efecto, impone á x un valor a; en un segundo momento, impone á las dos funciones f′ (x) y f″ (x) el valor cero, para el caso en que x valga a. Este valor cero no altera la relación en que se hallan las dos funciones entre sí, y de este modo resulta la forma $\frac{0}{0}$ signo de la indeterminación. Este signo deriva directamente de imposiciones; pero á su vez es una posibilidad pura de cualquiera posición de la cantidad, pues

$$\frac{0}{0} = 1,\ 2,\ 3 \ldots\ldots\ n\ \ldots\ldots\ \infty$$

es decir, acepta todos los valores.

Una nueva imposición no deriva directamente de la serie de imposiciones arriba indicadas, en los dos momentos especulativos, sino que es carácter que sólo aparece cuando está establecida ya la ***posibilidad***, es decir, cuando la fase impositiva ha sido superada. Esta nueva imposición es la que en Mate-

máticas se designa con el nombre de ***indeterminación fundamental***. En efecto, todos los tipos de indeterminaciones

$$\left(\frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, \infty^0 . \infty \times 0, 1^{\infty}\right)$$

pueden reducirse á $\frac{0}{0}$ que, en este sentido concreto, se impone á los demás. Esta ***posibilitas*** final es como el «lugar lógico y matemático» de todas las posibilidades.

§ 75. Cuando dos cantidades están ligadas entre sí por una misma ley de variación, la anulación de una puede ser la condición impuesta para que la otra adquiera un carácter dado (por ejemplo, el carácter de constancia: reducción de la variabilidad á los puntos ***recorridos*** únicamente.) En tal caso, la cantidad que resulta anulada lo es por su condición misma de ***posibilidad***. Tal es el caso de la derivada de una función: la condición necesaria para que ésta adquiera un valor constante es que aquélla se reduzca á cero. Una condición igual se requiere para el caso del determinante funcional de varias funciones y para el caso de la independencia lineal de las funciones de una sola variable.

$$W = \left| \begin{array}{cccc} y' & y_2 & \ldots\ldots & y_n \\ y'_1 & y'_2 & \ldots\ldots & y'_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & \ldots\ldots & y_n^{(n-1)} \end{array} \right.$$

$$I = \begin{vmatrix} \frac{dy_1}{dx_1} & \frac{dy,}{dx_2} & \cdots\cdots & \frac{dy,}{dx_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{dy_1}{dx_1} & \frac{dy_n}{dx_2} & \cdots\cdots & \frac{dy_n}{dx_n} \end{vmatrix}$$

§ 76. En el límite comprendido entre el punto *A* y el punto *B*, los dos valores homólogos correspondientes al arco de una curva y á la cuerda de este arco, pueden representarse en función de un parámetro, *p*. A cada valor de *p* corresponderá una variación de *B* (respecto á la posición); pero en *A* los dos valores del arco y de la cuerda son cero. Es decir, que en *A* tales valores están contenidos en una *posibilidad* fundamental, unidad de que se habrá de partir,

§ 77. I. En la serie de Bernouilli, la condición de existencia de los *números,* es que los términos x^3, x^5, etc., se reduzcan á cero:

$$1 + \frac{1}{2}x + \frac{B_2\, x^2}{1\,.\,2} - \frac{B_4\, x^4}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4} + \ldots\ldots$$

Así puede constituirse B_2, B_4, B_6, B_8 ..... é imponerse los valores $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{42}$ ....

II. Semejante á los números de Bernouilli, en la teoría de los grupos de transformación, se estudian los números coordinados (en el orden de una transformación infinitesimal, en un punto fijo). Tales números constituyen una serie, cuyos valores son: $n^1 = \frac{1}{2}\, n^2 = \frac{1}{12}\, n^4 = \frac{1}{6\,!}$. Los valores impares, *menos el uno,* tienen por valor cero.

III. En el cálculo de la derivada de una función con una sola variable, el teorema fundamental puede enunciarse así: «si la funcion tiene un valor *constante* en cualquier punto, su derivada es *cero*. En este teorema (aparte de la forma negativa aparente, que haría considerar su enunciado esencialmente en las relaciones de «cero como nulidad») se afirma una identificación ó contención absoluta. Cuando digo que, impuesta la condición sabida, la derivada es cero, afirmo en realidad que «la función que ostenta en cualquier punto un valor constante, es la derivada de sí misma». Esta *contención* lógica de un término en otro tiene carácter absolutó y corresponde á la identidad. En geometría euclideana es la coincidencia.

Capítulo V

§ 78. La *nulidad*, pues, es sólo la afirmación concreta: 1.°, de la repulsión entre el atributo esencial que forma el todo y una nueva relación que se establece; 2.°, de la contención absoluta de tal relación. El concepto de cero continúa siendo el de ***totalidad*** y ***permanencia***.

Este segundo punto de vista es evidente. Se sabe que la ordenada de cualquier punto del eje de las X es nula, lo mismo que ès nula la abscisa de cualquier punto del eje de las Y. Este *cero* es la expresión de la contención absoluta del atributo esencial con el sujeto. El concepto corriente de la «abolición de la relación» no puede subsistir. La nulidad de la relación se confunde con la razón de ser de la relación misma, hasta el punto de que todas las relaciones que se querrán establecer en lo sucesivo,

van á depender de esta *nulidad* fundamental. Fijémonos en cualquiera de los dos conceptos en que se desdobla lógicamente el tema. $\overline{Y}$ Y es una recta que contiene en sí una serie de puntos; estos puntos, *a*, (por indefinida que se suponga la recta) guardan siempre relación: 1.°, con los puntos, *b*, exteriores á ella y correspondientes al plano; 2.°, con un punto de intersección, O, de otra recta $\overline{X}$ X, sobre la que cae $\overline{Y}$ Y perpendicularmente. Los puntos *a* de $\overline{Y}$ Y son centros receptores de los puntos *b*, exteriores, correspondientes al plano. Esta capacidad receptiva necesita *intermediarios*, y estos intermediarios entre *a* y *b* son las rectas que los unen (considerando los puntos como vectores infinitamente pequeños). Ahora bien, los puntos *a* no necesitan en sí tales intermediarios, son los vectores de sí mismos. Y esta contención absoluta, fundada en el axioma de la identidad, se expresa por cero. El mismo razonamiento puede hacerse para las $\overline{X}$ X, y el mismo para las ordenadas del punto O.

§ 79. En el caso de dos condiciones presupuestas, la reducción de una á la nada, puede ser la absorción total por la otra. La ecuación $y = \text{sen. } nx$ encierra la *posibilidad* de una curva periódica, que corta al eje de las $\overline{X}$ X un número indefinido de veces. Pero para que esta posibilidad se realice es necesario que, para cualquier valor de *x*, *y* se reduzca á cero. Lo mismo ocurre en la curva llamada logarítmica: $by = \lg ax$: esta ecuación expresa la posibilidad de una curva que corta al eje de las $\overline{X}$ X en el punto $\frac{1}{a}$; pero esta posibilidad no se realizará hasta que $y = 0$.

Lo mismo puede decirse de todas las secciones

cónicas. El mismo caso es también general para toda la geometría analítica en el espacio; el sistema de las coordenadas y el de los cosenos directores forman, en su conjunto, relaciones naturales, impuestas por la razón, que se cumplen con mutua dependencia de cada miembro, aun en el momento de la *absorción* de uno por otro. Las condiciones de perpendicularidad y de paralelismo, la proporcionalidad de los parámetros etc., se funda, á la larga, en tal absorción.

§ 80. I. *La derivada de una función constante es nula.* — Esta reducción de la derivada á cero es la afirmación de la *permanencia* ó identidad del incremento.

II. *Para todos los valores de x que hacen máxima ó mínima una función, la derivada es nula.* — La derivada no puede ser positiva ni negativa. Así, pues, la derivada *debe* cesar en su calidad (reducirse á cero) para que surja el valor ó valores máximos ó mínimos de la función.

§ 81. I. El principio de d'Alembert reduce cualquier problema de movimiento á otro problema de equilibrio. Establece la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas aplicadas, y la necesidad de tomarse ambas en *sentido contrario*, para que resulte el equilibrio en un sistema vinculado.

El resultado de dos fuerzas iguales y contrarias, puede expresarse de varios modos: 1.º se destruyen; 2.º no producen movimiento; 3.º producen equilibrio. El modo más correcto de expresar las cosas es este último: indica que surge una nueva relación, y, por lo tanto, el *cero de movimiento* (anulación del efecto de una fuerza y del efecto de la otra) no es más que una condición para que otra condición se cumpla.

II. En las fórmulas donde sólo figuran las relaciones armónicas (directa ó inversamente proporcio-

nales) todos los demás valores que pueden ***ponerse*** fuera de aquéllos son nulos, es decir, no tienen relación con el fenómeno. Este ***cero*** no indica la ***necesidad*** del caso anterior, sino sólo la ***exclusión***. En la fórmula del péndulo, la ley del isocronismo de las pequeñas oscilaciones no expresa más que esa ***relación de exclusión*** entre la duración de las oscilaciones y su amplitud: y, en efecto, llamando *a* á esa amplitud, se recuerda que no figura en la fórmula:

$$\left(t = \pi \sqrt{\frac{t}{g}}\right.$$

III. Hay un tercer caso en el que el cero puede resultar condición ***necesaria*** y á la vez ***independiente*** de la «posibilitas».

En el principio de los trabajos virtuales se exige para el equilibrio:

1.° *Nulidad* del trabajo virtual para todo gasto de fuerza no invertible.

2.° *Negatividad* del trabajo virtual en estas condiciones.

Faltando á esta segunda condición no se rompe el equilibrio, sino una *forma* del mismo. Cuando $\delta^2 L$ es positivo, el equilibrio es inestable.

SEGUNDA PARTE

Teoría de la serie

Capítulo I

§ 82. El ordenamiento serial de los ceros y de los infinitos, que da origen á expresiones como $\frac{0}{0}$ y $\infty - \infty$, resulta de la necesidad de establecer una jerarquía entre los límites de dos variables. Una cantidad variable, considerada en su génesis lógica, está en íntima relación con la *ponibilitas* á que pertenece, y de que deriva: sus cambios son *calificaciones* impuestas ipso facto á lo general. Este es el fundamento del teorema de cálculo según el cual el límite de la relación $\frac{a}{b}$ es igual á la relación de los límites correspondientes.

El ordenamiento de *0* á ∞ da origen á diversos grados, y en este sentido se dice que, en la relación apuntada, el *cero de a*, por ejemplo, es de un orden

ó grado superior al *cero de b*. Este modo de considerar las cosas aleja el concepto de «cero como nulidad» y el de «infinito como cantidad incontable», para dejar en pie únicamente la relación entre varias posibilidades. Lógicamente, una serie puede considerarse calificada ó contenida — en un primer momento evolutivo — en dos formas primordiales; cuando la serie se desarrolla, esas dos formas continúan siendo la *calificación* de cada elemento. La inferencia de lo particular á lo general debe expresarse por una relación fija. El *atributo* del término inicial de una serie, se transmite y se continúa en todos los miembros, y cada miembro, en sus cambios esenciales, *califica* el término inicial de la serie.

§ 83. Los cuatro puntos *A*, *B*, *C*, *D*, sirven de base á la construcción de un cuadrángulo completo tal, que dos lados opuestos concurren en *A*, otros dos en *B*, un quinto lado pasa por *C*, y el sexto por *D*. Proyectados estos cuatro puntos sobre una recta, resultan cuatro puntos armónicos igualmente.

Origen de imposición, es el punto de donde procede todo el campo lógico de variaciones, y á donde necesariamente se vuelve. En la consideración matemática que estudiamos, la *relación anarmónica* procede de la *armónica*, en su expresión algébrica. La fórmula $\frac{AC}{CB} = -\frac{AD}{DB}$ se convierte en esta otra, por «imposición de origen» : $\frac{AC}{BC} : \frac{AD}{DB}$ (birrelación de cuatro puntos, ó relación anarmónica del símbolo A B C D).

Aquí se procede como en las permutaciones, para deducir las nociones ó expresiones geométricas. Siempre se comprueba la ley de persistencia de las

expresiones. El analista se pone el problema *último* cuando se pregunta por la naturaleza de esta persistencia y por su presencia en el espíritu.

El carácter de las expresiones derivadas se deduce de los caracteres de la expresión fundamental. La primera expresión envuelve en sí, por necesidad, los caracteres de todas las expresiones que de ella dependen. La serie está enteramente establecida en *uno* de sus elementos. Por reducciones sucesivas, la simplificación de un símbolo es condición del descubrimiento. En el símbolo *A B C D*, los cuatro elementos pueden disponerse de *24 modos posibles*: pero la relación anarmónica sólo adquiere *6 valores*.

$$ABCD = r \quad ABDC = \frac{1}{r} \quad ACBD = 1 - r$$

$$ACDB = \frac{1}{1-2} \quad ADBC = \frac{r-1}{r} \quad ABDC = \frac{r}{r-1}.$$

Si dos de los cuatro puntos coinciden, su doble relación adquiere uno de estos valores: 0, I, ∞.

§ 84. Esta consideración puede extenderse á muchas cuestiones de álgebra, donde la serie impone su carácter á los términos prácticos. Se trata de una imposición del signo + á los dos términos *a* y *b*. ¿Cómo reducir á este caso simple otros casos? Esto es asumir, en el carácter de una serie, otro caso particular cualquiera — *y precisamente el opuesto*.

Dos métodos se nos presentan en este caso como métodos legítimos: ó aplazar toda investigación, hasta ver si una *resta* puede convertirse en una suma, ó imponer á priori esta condición examinando luego el resultado. Así, a + (— b).

Si se quiere imponer á la suma el carácter de la resta, los dos términos (a + b) se transforman, al recibir el contacto del signo —, en a — (— b), es decir, que uno de los signos toma el carácter de la serie.

Si b > a, a — b = — (b — a), es decir, *ambos términos* sufren la imposición.

En el método *per umbras*, de Newton, las cinco parábolas divergentes dan, por su sombra, todas las curvas de tercer grado.

Capítulo II

§ 85. Sea A el término inicial de una serie. La relación de identidad estará representada por (*A*).

Dotando al símbolo de movilidad, se irán engendrando diversas series:

de iguales (A = A = A = A.....)
de equivalentes (A, A′, A″.....)
de inferencias (A, B, C, D.....)

Se trata siempre de relaciones, que van estableciéndose entre el término considerado como «origen de imposiciones», y un principio superior. En la serie de idénticos, el término no escapa á esta relación; pero ésta se establece con el principio de identidad, cuyas dos expresiones son: 1.ª, toda cosa es igual á sí misma. — Esto indica una permanencia, y por tanto nuevas condiciones de esa permanencia, lo que equivale á decir que es preciso designar las condiciones de la identidad. — 2.ª, una cosa *no se transforma*, si las condiciones exteriores é interiores permanecen, es decir, si todas las relaciones de la cosa consigo misma y con las demás continúan.

La constitución de las demás series está en el desarrollo de este principio, es decir, con las relaciones que van cambiando ó permaneciendo. La de iguales, es el cambio de relaciones en cuanto no toca á la naturaleza del objeto. Así, pues, A = A = A....

representaría las diversas posiciones de un cuerpo en el espacio.

El principio de identidad ó de consistencia, que nos obliga á aceptar con una misma evidencia las llamadas formas *equivalentes* del pensamiento, prueba la naturaleza sintética de lo particular. En Lógica, esta equivalencia de las formas sucesivas del pensamiento engendra la inferencia. Pero ni la equivalencia ni la inferencia podrían explicarse científicamente sin conceder á cualquier «forma expresiva» la receptibilidad ó capacidad de aceptar nuevas transformaciones. Esta concepción de lo particular como principio mismo de lo general obliga á otra interpretación de los principios particulares *(la cosa*, la *expresión*, la *idea*, la *sensación*, la *representación)*. Un «principio particular» resulta construído por la síntesis de los principios generales, que están ya contenidos en aquél.

Para constituir nuevas series, es preciso llegar al *límite* del objeto, y pasar este límite. Se parte de una serie de inferencias, y se llega á un límite, en el cual las imposiciones no pueden continuar. Aparece lo contradictorio. En la constitución de lo contradictorio, entra la relación de tiempo (1.er caso); independientemente de toda relación de tiempo, la sucesión de una cosa á su contraria, indica una transformación (2.° caso): independientemente de esta sucesión, se está en la *imposibilidad* del cambio (contradictorio absoluto).

El paso de unas series á otras no admite solución de continuidad; del principio de independencia surge el principio de identidad y de éste la inferencia. —*La inferencia no añade nada directamente á la identidad.* — El principio de identidad es ya, de por sí, la inferencia y la razón suficiente.

La primera condición del espíritu filosófico es no crearse dificultades ficticias. Por lo que se refiere á

las investigaciones de lógica pura, es preciso dar á los elementos mismos de las series toda la objetividad posible, estudiándolos como un naturalista describe ó clasifica especies. Esto no es la exclusión total de la psicología en el conjunto y en la marcha del método, sino el uso prudente de la parte de nuestro propio espíritu que se manifiesta.

§ 86. La noción más alta que recibe el espíritu es la de *antecedente*. Esta idea deriva de la necesidad de hallar una razón de ser á cada elemento de la serie, y á cada imposición. Esta ampliación de la serie, ó contención de su primer término, excluye el movimiento y la variación; pero no puede ser la razón de sí misma. La aparición de *A* no se explica por sus caracteres negativos de inmovilidad ó de ausencia de relaciones. La aparición de lo idéntico está sometida á la doctrina general del conocimiento. Lo idéntico tiene su *antecedente*. Este es el problema último que aun hoy un especulador puede ponerse; el problema inmortal que ha pasado por todas las escuelas.

Se trata de determinar los caracteres que convienen al antecedente de la *serie idéntica*. Tales caracteres podemos afirmarlos, por exclusión.

En la serie α, tienen su razón de ser todos los términos de la serie de idénticos, de iguales, de contradictorios. Superior á todas esas posiciones, las engendra y las sostiene. En la expresión gramatical del juicio, el término inmediato á *A es A*, no es otro que este: *es*, esto es la supresión de toda imposición que *determina* el verbo. El otro término, en lógica, se formaría así: *A es*, ó *es A:* la determinación del verbo en un solo sentido. El paso al tercer término, supone inmediatamente el establecimiento de las series (de idénticos, de iguales, etc.)

§ 87. La *igualdad*, los axiomas que de ella resultan, etc., son relaciones de conveniencia ó concor-

dancia, que varían según el punto de vista. Así la igualdad es una relación impuesta por el espíritu á las cantidades que reunen condiciones determinadas, dentro de una *posibilidad*.

Pero la igualdad vuelve, por conversión, á confundirse con su contraria, la diferencia. Este es el principio que, desde Arquímedes y Euclides, han seguido los más grandes especuladores. Este principio se ha enunciado constantemente así: «los valores, cuya diferencia es menor que cualquiera cantidad dada, son iguales». Es muy justo observar lo que separa las ideas antiguas de los nuevos métodos en la aplicación y en el fundamento de tal principio. Cuando se habla de una «diferencia menor que cualquiera cantidad dada» se habla implícitamente de un límite asignable de valores. Tal límite, una vez hallado, daría la última explicación del contacto entre los dos términos antitéticos de *igualdad* y de *diferencia*. Pero la dificultad es inmensa, pues, al fijar ese límite, se trata de imponer un principio que contradice el método general seguido. En efecto, se ha procedido por *divisiones sucesivas*, y se pide una *indivisión* ó límite. El hallazgo de los indivisibles, y su aprovechamiento en lo que pudiera llamarse época de transición del cálculo diferencial (Cavalieri, Wallis, Fermat, Barrow) representa una prueba del poder de la razón.

En la *igualdad*, se toman siempre cualidades parciales, y no la totalidad de atributos. Desde este punto de vista, la llamada *congruencia de los números* (números congruos) puede parangonarse á la igualdad. En la congruencia, se tiene en cuenta una condición: el *resto* de un número entero respecto á un módulo. Si dos enteros dan restos iguales, se llaman *congruos* respecto al módulo *va*.

$$[\, a \equiv b \text{ mod. } n \,]$$

De este concepto se deducen aplicaciones que pueden considerarse *originadas* por el axioma: «dos cosas iguales á una tercera»...., pues sumando algébricamente miembro á miembro dos ó más congruencias referidas á un mismo módulo, se obtiene una congruencia respecto á tal módulo.

§ 88. Todos los axiomas dependientes del concepto de *igualdad* parecen derivarse de los principios generales siguientes:

1.° Persistencia de la relación de igualdad, mediante adiciones y sustracciones iguales.

2.° Persistencia de la relación de mayor á menor, mediante adiciones ó sustracciones iguales.

3.° Persistencia de la relación, mediante adiciones á *mayor*, de una cantidad mayor, y á *menor*, menor.

4.° Persistencia de la relación, mediante una adición menor al *mayor*, y mayor al *menor*.

5.° Reconstitución de la igualdad, por este último método.

El *todo* es tomado como *calidad*, en el sentido más riguroso. Todos los términos representan la continuidad de la serie, y la relación de ésta con el límite. Lo «ordinal» predomina; y la *relación de igualdad* está formada con el mismo sentido de simetría ó de proporción. La *permanencia*, á través de los cambios, es considerada en su relación con un carácter específico predominante, que es el atributo esencial del conjunto (todo). El todo está siempre calificado por ese atributo esencial, y la relación de igualdad sólo consiste en la permanencia de tal atributo, en la sucesión de los cambios.

La serie es un todo, en el cual el *atributo* ó carácter es el de la sucesión ordinal con respecto á un límite. Los teoremas impuestos á ese todo, reconocerán por base la permanencia del *atributo*. Así, la «permanencia de la serie convergente» es el pun-

to de partida y como el *axioma serial* de esta parte del Análisis combinatoria:

1.º Si se multiplican todos los términos de una serie convergente por N, la serie obtenida es convergente.

2.º Una serie convergente permanece convergente si se cambia el signo de todos sus términos.

3.º Si en una serie convergente de términos positivos se suprime términos en número finito ó infinito, la serie permanece siendo convergente.

4.º Si á una serie convergente se añade términos en número finito, la serie continúa siendo convergente.

5.º Si una serie de términos positivos es convergente, y otra serie tiene todos sus términos positivos, y no mayores de los correspondientes á la primera, esta segunda serie es convergente.

§ 89. La fórmula de Taylor-Maclaurin encierra en sí contenidas otras series, cuyo desarrollo es posible mediante nuevas imposiciones. Así, pues, resulta el signo de Taylor como la *posibilidad* («ponibilitas») de otros signos. De la serie dicha, en efecto, se obtiene: — la serie binomial — serie binomial convergente — serie esponencial — serie geométrica — serie logaritmica — serie ciclométrica....

La *imposición* (ó serie de imposiciones) expresa relaciones ya fijas, como en la fórmula de Taylor la imposición de las funciones *seno* y *coseno*, que produce la serie goniométrica, ó de la función *arc. tgx* que produce la serie ciclométrica. Pero la «imposición» necesita sufrir transformaciones adecuadas; que la hagan homogénea ó de una misma calificación. El término impuesto á la serie, es preciso que sea calificado por ésta. Este principio, que descubre el filósofo, es el que aplica técnicamente el matemático, cuando hace sufrir á la función *arc.*

tgx la serie de derivaciones que le harán capaz de entrar en la fórmula de Taylor.

Lo imparticipable está definido en Proclo por dos de sus caracteres: la independencia y la actividad. Por el primer carácter, está alejado de lo participante; por el segundo, lo engendra. Esta antinomia se perpetuará á todos los miembros de la serie, que, en este sentido, preludiará el Universo de Leibniz, compuesto de mónadas cuyas ventanas cerradas impiden la confusión de los géneros y la mezcla de los caracteres.

Capítulo III

§ 90. «Un conjunto M_1 es una «parte» del conjunto M, si los elementos de M_1 son también los elementos de M.»

«Si M_2 es una parte de M_1, M_1 una parte de M, M_2 es también una parte de M.» *(Cantor).*

§ 91. «Si el conjunto M es tal que no es equivalente á ninguna de sus partes, el conjunto (M, e) que resulta de M por la adjunción de un nuevo elemento, *e*, tiene también la propiedad de no ser equivalente á ninguna de sus partes.»

La demostración ofrecida por Cantor es la reducción al absurdo, comprobando la contradicción entre la hipótesis fundamental de que parte (es decir, *M* independiente ó no equivalente á ninguna de sus partes) y la conclusión opuesta, en los dos casos de que *N*, «parte» de M contenga el elemento *e* ó no lo contenga. — Una aplicación simultánea de la ley de asociación produce tal resultado que á Cantor basta para legitimar el enunciado del teorema: pero su teoría adquiriria un nuevo rigor si tal teorema que-

dase deducido inmediatamente como un corolario de la ley de la *persistencia del atributo.* Una aplicación parecida justificaría el teorema: «los términos de la serie ilimitada de los números cardinales finitos, 1, 2, 3..... n, son todos diferentes entre sí».

El mismo orden de demostraciones podría seguirse, y así una serie de contactos exige un símbolo máximo concreto, del cual todos los demás dependen, y del que proceden por contacto de otro elemento ó del término inicial. *Luego:* «Si K es un conjunto de números cardinales finitos y distintos, hay uno entre ellos, x, que es más pequeño que todos los demás, y es así el más pequeño de todos.» Ahora bien; el *carácter* ó atributo esencial debe continuarse: *luego:* «Cada uno de estos números, ν, es mayor que todos los que le preceden y menor que todos los que le siguen.» — Esa misma persistencia excluye la posibilidad de todo número cardinal situado en el intermedio de dos consecutivos:

$$n \text{ y } n + 1.$$

§ 92. El todo, una vez constituído, *impone* su nombre y su calidad á la serie. Establecida la noción del producto de dos ó más factores como un todo á formar, la serie no puede ser calificada antes de estar constituída.

Así, todo se reduciría á un axioma muy fácil de enunciar. Ahora, puede suponerse el caso de una transformación en la noción misma de su producto, entendiendo por éste una serie ya realizada, ó, á lo menos, dando á la potencialidad de la serie que va á constituirse todo el carácter de una imposición actual. Entonces, la multiplicación entra en el caso general de las operaciones de serie impuesta, y la conmutatividad no tiene lugar. Tal me ha parecido siempre la explicación, en términos de lógica, de los principios fundamentales de Sophus Lie, y de los

primeros resultados á que conducen. Considerando las dos transformaciones

$$S)\ x'_i = f_i(x)$$
$$S')\ x''_i = \varphi_i(x')$$

el producto S.S' no es el producto S'. S.

§ 93. La teoría de las ***disposiciones*** y de las ***permutaciones***, en Análisis combinatoria, representa acaso la concepción más amplia para reducir lo cardinal á lo ordinal.

I. Cuando tenemos un número de disposiciones, $D_{n,m}$, en que *n* representa un número dado de elementos, de símil ó igual naturaleza.

II. Cuando $D'_{n,m}$, *n* representa ***especies*** de elementos de naturaleza símil ó igual en cada especie.

III. Cuando en $D''_{n,m}$, *n* representa también ***especies***, cuyos elementos son de diversa naturaleza.

Este último caso no se considera en los tratados de Análisis; para los dos primeros, son conocidas las fórmulas

$$D_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)!} \qquad D'_{n,m} = \cdot\ n^m$$

Las permutaciones representan la «seriación» de los elementos: x_1, x_2, x_3... En ellas hay que considerar:

1.º Una permutación-tipo:

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ \ldots\ldots\ x_n \qquad (1)$$

que siga un orden establecido.

2.º Una permutación dada, que se ***deduce*** del tipo anterior:

$$x_5\ x_4\ x_1\ x_3\ x_2 \qquad (2)$$

§ 94. Se nos presentan dos consideraciones que tienen por base la comparación de la serie (1) con la serie (2):

I. 1.ª comparación de la serie *limitada (2)* con la totalidad de *(1)*.

2.ª comparación de (2) con un segmento de (1).
En ambos casos se establece la disposición serial.

II. Conversión de

$$x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5 \qquad (a)$$

en

$$x_5\ x_4\ x_1\ x_3\ x_2 \qquad (b)$$

Los términos sufren una traslación gradual: cada x, sin cambiar su puesto en el orden *(a)*, pasa á ocupar un puesto en la serie *(b)*, que va á constituirse. Aplicando la teoría elemental de los vectores y de la inversión,

$$\begin{matrix} - & - & - & + & - \\ x_5 & x_4 & x_1 & x_3 & x_2 \end{matrix}$$

La traslación se efectúa en diversos tiempos, que dependen del grado con que x está representado en la serie-tipo y del puesto que le corresponderá en la serie potencial que trata de formarse, desprendiéndola de *a*.

§ 95. Un estudio de las reglas del Análisis demostrará que están fundadas en axiomas particulares — uno para cada una — además del axioma «serial» que da la evidencia fundamental á todo un orden de verdades. El axioma particular se deduce del axioma serial en unos casos: en otros, es autónomo, y, desarrollado, daría lugar á nuevas series.
—La sustracción algébrica se funda en las evidencias: 1.°, el todo es divisible, 2.°, una parte puede alejarse; 3.°, con auxilio de las otras puede reponerse. Pero consideremos el caso de las cantidades negativas, y precisamente en la regla particular: «para realizar una sustracción cualquiera, se sustrae del valor absoluto mayor el menor, dando al resultado el signo del mayor».

$$(11 - 8 = 3\ .\ 8 - 11 = -3).$$

Esta regla se basa en una evidencia, cuyo enunciado discursivo podría ser este: «el todo, como ordenador, contiene el ***atributo esencial***» y cuyos elementos

intuitivos podrian disponerse en series de varias evidencias particulares.

Las operaciones conmutativas se fundan en un apriorismo, en que reposan también, en cierto sentido, las intransitivas: este apriorismo es el siguiente: un *todo* que está en vías de constituirse no impone su atributo esencial, del cual depende el ordenamiento de la serie. «Una serie no está calificada antes de formarse». — Una vez constituído el «orden», el todó, ya hallado, impone su atributo esencial (de donde la imposibilidad de alterar la disposición de minuendo y sustraendo, la de dividendo y divisor). — Pero, una vez *formada* la serie, por hipótesis, en vías de expresión, nada podrá hacer que (en la multiplicación, por ejemplo) el número que está en vías de resultar no esté compuesto con el multiplicando como el multiplicador está compuesto con la unidad.—En este sentido no hay operaciones enteramente conmutativas: aun la adición y la multiplicación tienen su parte intransitiva.

Inversamente, una serie deja de ser calificada cuando cesa. En la teoría del máximo común divisor algébrico, en el caso de que dos polinomios no sean divisibles entre sí, se busca un *resto*, el cual se va prolongando; pero tan pronto como este resto *no contiene la letra ordenadora*, cesa toda posibilidad de hallar un M. C. D.

§ 96. El número sólo existe en la serie. *La serie de los números es una fórmula, ó notación simbólica*. Los valores de esa fórmula se condicionan entre sí, y cada número es el símbolo de una condición.

§ 97. El prescindir sistemáticamente del axioma, al principio de la investigación, acusa un evidente optimismo intelectual, y es sin duda el punto culminante de la Crítica. Pero tal decisión es difícil que pueda sostenerse en el acto material de razonar, es decir, cuando el entendimiento se identifica con sus

productos. Una de las tentativas más amplias es la de Riemann, en la disertación sobre los principios de la geometría. Pero este investigador partía, á lo menos, de tres axiomas: 1.°, la libre movilidad de las figuras en una superficie cualquiera; 2.°, el número entero finito de dimensiones; 3.° «Entre dos puntos del espacio existe una relación: la distancia.»

CAPÍTULO IV

§ 98. La naturaleza de la conexión entre causa y efecto no puede buscarse en lo que popularmente llamamos *causa,* y todo el error de que suele partirse al especular sobre la causa eficiente, consiste en tomar las relaciones de sucesión por explicaciones de la conexión. Cuando digo: la causa es anterior al efecto, no he hecho sino establecer una conexión en el «orden de las sucesiones»; es decir, he puesto un problema. Pero nada he resuelto: los términos propios de la cuestión no pueden ser disimulados; y el único punto de vista, científicamente sincero, es prescindir de toda relación de simultaneidad ó de sucesividad. O bien reducir el problema á estos términos: suponiendo *coexistentes* (no simultáneos) causa y efecto, ¿cuál es la relación que los une? Puede prescindirse, en el enunciado del problema, perfectamente de los términos de sucesión y de coexistencia. Lo fundamental es la conexión que une el efecto á la causa (sean coexistentes ó sucesivos).

Esto equivale á poner el problema en sus términos más generales, pues no se trata ya de *esta* causa ó de *este* efecto, sino de cualquiera causa con relación á cualquier efecto; de cualquiera relación de

coexistencia ó de sucesividad. Si, entre el inmenso número de *sucesiones* que nos ofrece la experiencia, nosotros podemos imponer á unas cosas la cualidad de causa por relación á otras que consideramos sus efectos, y, si del grupo de estas cosas ligadas íntimamente entre sí podemos distinguir el otro grupo de sucesiones que no guardan relaciones de esta índole, es porque ya selectivamente el espíritu con anterioridad á cualquiera experiencia, está en posesión del juicio impositivo de las propias expresiones que proyecta. Pero si el «juicio impositivo», mediante el cual creamos las causas y sus relaciones, es posible en casos fijos, es porque nuestra intuición (*praxis*, sentimiento, afecto) está en el fondo de aquel juicio, al cual informa. De la *posibilidad* de la intuición surge el juicio impositivo, cuyo carácter esencial de electivo se prolonga hasta las sensaciones mismas que, en este sentido, puede decirse brotan ya del espíritu informadas ó calificadas. En esto creo poder separarme de los filósofos más propensos á considerar la causación como principio *á priori*. Las categóricas palabras de Hume: «una bola choca con otra, ésta se mueve; los sentidos no nos enseñan nada más», me parecen excesiva. muy injustificadas. Los sentidos externos nos *enseñan todo*, porque nos da ya el problema unificados Y si es legítima la posición crítica de la Ciencia, sólo lo es á condición de reconocer esa unidad fundamental. La *imposición* de la causalidad es la forma de un principio unificativo, que en el fondo, es necesidad del espíritu. Este principio debe buscarse en la condición misma de la conciencia, y en su determinación como un símbolo del cual parten, *en serie*, como axiomas prácticos, las imposiciones. En la imposición de una causa á cualquier efecto que aparece, el espíritu es fiel á su propia condición de símbolo. No hace sino transmitir ese

carácter, conformándose con la ley general de la serie, según la cual ésta es la calificación de cada término. Así, el principio de causalidad eficiente entraría como caso particular de la ley de proyección, en virtud de la cual el espíritu no hace sino transmitir su carácter. De ahí lo indeterminado de la idea de *causa,* precisamente en aquello que parecía constituir su carácter inmanente (la sucesión). Y el aforismo, «causa movendo non movetur», revela la unión íntima de la causa, en un símbolo *organizador.*

Si todo consiste en saber la *causa* que liga el efecto con la causa (es decir, la conexión), explicada ó descubierta tal *causa* surge inmediatamente una nueva conexión entre la *causa* y la «relación de causa á efecto». En este sentido, la serie es inagotable y este carácter no concluye, ni aun admitiendo ó pudiendo llegar á establecer una causa primera, pues entonces está siempre en pie el problema de su conexión con los demás efectos.

§ 99. La *continuación del carácter*, en los términos de una serie, está definido enérgicamente en Proclo: «Ni la pluralidad es extraña á la coordinación de lo uno, ni lo uno és estéril y privado de la pluralidad que le conviene» (*in Parm.*, § 39). Este realismo es acaso lo más fundado que pueda oponerse á la crítica. La elocuencia de Proclo es más profunda: no suprime la psicología, pero la reduce y no la permite invadir todos los terrenos de la investigación lógica. Ciertamente, muchas veces da á los principios mismos que contempla una realidad y hasta una *personalidad* excesiva, como cuando atribuye á la participación (que sería natural considerar como una ley evolutiva en sí) la idea de *justicia;* pero esta teleología no es un concepto extremado, sino una consecuencia de considerar completamente objetivada la serie lógica. «Todas las pluralidades, los inteligi-

bles y los intelectuales y todas las que están en el mundo ó por encima del mundo, están suspendidas á sus mónadas propias y coordenadas unas con otras; á su vez, las mónadas están suspendidas á una sola mónada, á fin de que la pluralidad de las mónadas no sea separada y distraída de sí misma, y no sea sino una pluralidad privada de la unión. Pues no sería *justo* que las causas, que hacen las otras causas unas, fuesen por sí mismas como arrancadas unas de otras; y no sería justo que las causas que crean las vidas fuesen sin vida, ni las que crean las razones fuesen sin razón, ni las que crean la belleza sin belleza; pero es justo que posean la vida ó la razón á la belleza ó algún atributo divino y superior.» Ante esta dialéctica, todo lo que los escritores han ensayado parece falto de vigor. Proclo está siempre preocupado del problema de la *adquisición del carácter*. Su punto de vista está marcado por la solución que da al problema de la evolución de lo uno. Si *A* impone un carácter, es porque lo transmite, es decir, porque él mismo es una imposición. En estos términos, el paso al pesimismo científico, como al establecimiento de una seguridad mental, es inminente. Pero, aun el pesimismo que salga de aquí, será siempre sin consecuencias para la marcha de la investigación; así es como Damascio, en sus *Primeros principios*, procede siempre; Proclo pondrá al lado del axioma de lo inefable el axioma de lo expresable.

Con la introducción del orden sucesivo de imposiciones, necesariamente *A* se eleva de categoría sobre sus determinaciones; pues, aun en el caso de que *idéntico carácter* se transmita de *A* á α, el *nombre* de *A* es anterior al nombre de α. Lógicamente, α es la imposición directa de *A* en un campo dado de relaciones. Pues bien: esa misma superioridad del [illegible]er término obliga á repetir exactamente el de-

bate de la participación. Es instructivo ver también en este punto al filósofo mantenido á la misma altura de claridad y de elocuencia. «Era *necesario* que las mónadas que crean la unión de las demás cosas poseyesen, *ellas también*, la unión unas con otras, y también algo *más potente que la unión*.»—Aquí la cuestión llega á plantearse en sus últimos términos: es difícil concebirla más alta ni más franca; sólo después de este pasaje, Damascio el Diadoco aparece justo planteando su *gnoseología* en los términos siguientes: el hombre conoce un máximum, y este máximum que conoce es lo uno.

De aquí los argumentos para hacer proceder, en la especulación, lo uno de lo vario:

I. El *sér* se dice de todos los seres, ya homónimamente ó sinónimamente, ya como dependiente del *uno* y tendiendo á *uno*.

Pero hay categorías en los seres.

Luego el concepto de homonimia desaparece.

II. Los *seres* son *varios*.

En tanto que varios, son distintos unos de otros.

En tanto que *seres*, son los mismos.

III. Lo imparticipable preexiste á lo participado y á lo participante.

Lo participado está en medio de lo imparticipable.

§ 100. En el concepto de todo, como una serie impuesta á sus términos, las partes deben reunirse á imagen y semejanza de la coexistencia primitiva. En cuanto al proceso de separación, cuando la coexistencia primitiva no puede reconstruirse: 1.° la parte excedente está *fuera* del todo (y se separa calificada, es decir, con la idea de un todo. Reducción indefinida de la cantidad, permaneciendo íntegra la calificación, como una ley. *Origen de los números fraccionarios*. 2.° Separación total de *todas* las partes que no pueden reconstruir, sumadas, el todo (en 10, por

ejemplo, 9, 8, 7..... *Origen de los números primos, de los infinitamente grandes (denominación general de los hiperfraccionarios).*

Gracias á estas reglas, el llamado *axioma de Arquímedes* sería susceptible de una fácil demostración: —dos curvas homogéneas (con la convexidad del mismo lado) son desiguales, si una incluye á la otra. La incluída es la menor. La envolvente es la mayor.

§ 101. La cuantificación del predicado, está ya puesta en el mismo verbo. *Es* es siempre una expresión elíptica. En la proposición *A es A*, se entiende por *es:* 1.° *A coincide con B* (es decir, «todo *A* es todo *B*»). 2.° *A contiene B* («algún *A* es todo *B*»). 3.° *A ocupa B* («todo *A* es algún *B*»).—Si el verbo enlaza predicado y sujeto *(nexum prædicati & sujecti)* el nexo debe ser en la parte esencial de ellos. El error consiste en afirmar en seguida que la cópula tiene que ser el verbo sustantivo en el tiempo presente (copula non est nisi verbum substantivum præsentis temporis).

Capítulo V

§ 102. En Aritmética, la operación, planteada, es una propuesta de ordenamiento: resuelta, en números concretos, significa el paso de lo ordinal á lo cardinal. Sin embargo, el número resultante no puede menos de ser el símbolo del orden. Pues todo número cardinal puede considerarse como ordinal: 1.°, en cuanto ocupa un puesto en la *clase;* 2.°, en cuanto es una posibilidad de otras operaciones.

La introducción de la idea de *función,* indica el máximo ordenamiento. En la función desaparece toda cantidad, para quedar únicamente el orden.

Con la idea de *límite*, se indica una relación entre lo «dado» y lo «posible». Realizada esta relación, la cantidad desaparece. — La concepción del límite como un orden, está fundada en el teorema: si una cantidad variable y tiene un límite finito (cuando x converge á a, en un modo determinado, ó si x crece indefinidamente) *tiene uno solo.*

§ 103. La conversión de todo lo matemático (aritmético) al número ordinal, justificaría un audaz mecanicismo como explicación suprema. Pero el número ordinal está subordinado á una nueva noción. Así es como interviene el *factor topográfico* en la idea de número. El valor de un determinante de segundo orden, es igual en sus elementos que en sus términos (es decir, como se recuerda, la diferencia del producto en cruz de los elementos:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - ba'.$$

Antes y después del signo de igualdad, el valor de los números está íntimamente unido á su representación gráfica.

En la recta indefinida, $x\,y$, parecería que la determinación AB, la fijación de un segmento, implica cantidad *(grandeur*, en el sentido de Grassmann). Pero, ante todo, se trata de la *dirección* de la línea recta, determinando el punto inicial y final. El vector, de por sí, no está determinado sino por el *sentido* de la recta á que pertenece, y con arreglo á cuyo sentido es *positivo* ó *negativo*, — La génesis está en la línea (tomada sólo como sentido de la dirección). Este mismo concepto viene más acentuado cuando se dan varios *vectores* en una misma recta. Tales vectores serían como los atributos particulares del *sujeto esencial* que á todos los demás «califica» (la línea recta). La llamada *medida algébrica* de un vector nunca va aislada del signo positivo ó negativo.

Al mismo tiempo, la recta no pierde nada— á pesar de dar el sentido de la *dirección* — de su carácter de independencia. Sin esta capacidad de recibir todos los valores (positivos ó negativos) de los vectores, la *fórmula de Chasles* sería completamente imposible:

$$AB + BC + CD + L.....LM + MA = 0$$

supone una ley conmutativa, que estaría en desacuerdo con el *principio único intransitivo*, que regiría á la línea recta.

§ 104. El *cero* tiene un valor, con respecto á cualquiera cantidad negativa. La relación entre *cero* y una cantidad negativa, es siempre una relación de desigualdad, en que el término predominante, ó *mayor*, corresponde á cero. De tal modo que siempre podemos establecer: $0 > -n$. Esta relación tiene el carácter de ley. En cuanto á la génesis, se puede abarcar recorriendo tres momentos especulativos:

1.° Para una cantidad dada, se considera *reflejada* ó trasladada (en virtud de la ley general de conversión y desdoblamiento de los signos). Esto equivaldría, por ejemplo, á hacer ocupar á *n* dos posiciones en el espacio (caso de desdoblamiento elemental).

2.° La parte reflejada del símbolo evoluciona, convirtiéndose *en oposición*. Si se medita bien, las diferencias graduales, que tienen que recorrerse hasta llegar al *símbolo opuesto*, se refieren sobre todo á la «relación» entre el símbolo y su parte refleja, más bien que á la naturaleza de los símbolos mismos. Así, para llegar á la oposición de $+ n$ y de $- n$ se imponen cambios, sobre todo, á la relación de *n* y *n'* (parte desdoblada, de *n*).

3.° La oposición se extrema hasta el punto que $- n$ subsiste en su carácter, aun en el caso de desaparecer *n*. De donde la relación $0 > - n$. La

persistencia del carácter de — n, es una aplicación legítima de la ley general de constitución. Como una consecuencia inmediata de tal persistencia, se explica la desigualdad $-3 > -10$. Es decir, siendo la cantidad general — n, el símbolo de oposición de *n*, tal oposición será tanto mayor cuanto mayor sea el grado de — n.

El *cero* no puede definirse como lo nulo, en el sentido absoluto indicado en el aforismo: «nihilum dicimus, cui nulla respondet notio.» Cero, como se comprueba en el estudio del Análisis, es constantemente una condición para un contacto ó para la aparición de otro símbolo. Cuando, en un primer momento especulativo, desdoblo *n*, colocándolo, vgr., dos veces en el espacio, y cuando, en un segundo momento opongo — n á + n, todas las veces que disminuyo el valor de + *n*, no disminuyo nada de su esencia ó determinación fundamental, por la cual surgió de la «ponibilitas». El valor que disminuyo ó altero en cualquier modo, es el *cuantitativo*. En el límite, cuando llevo la disminución al último extremo, haciendo que cese *n*, como cantidad, aún permanece su valor ó principio *lógico*. Esto es tan cierto, que de la relación $+n > -n$, se deduce constantemente la relación $0 > -n$.

El punto, pues, no puede definirse como la carencia de partes ó anulamiento de partes (def. de Boscovich) (1), sino en el sentido *cuantitativo*. Lógicamente, el punto conserva todo su valor, es decir, es la posibilidad misma de las partes. El punto asume lógicamente todas las partes de que cuantitativamente carece. El cero contiene la máxima noción de las condiciones ó determinaciones posibles.

A la noción de *cero*, el espíritu llega después de

(1) *Elementorum universae mathesos*, auctore R. R. J. Boscovich (I, 8).

un gran período de actividad con los demás elementos que entran en el cálculo de los números. Esto, que es sobre todo una tesis *lógica* propiamente dicha, puede convertirse en una tesis histórica (1).

El *cero*, que lógicamente (en un concepto genealógico) tiene el valor de un signo representativo de una condición, no se acomoda con el concepto popular de *nulidad*, como ya hemos sobrentendido. Para un desarrollo *histórico* del punto de vista en que nos colocamos, presenta excepcional importancia la indagación del valor de *cero* (como símbolo) en la mente de los analistas primitivos. Esto demostraría una coincidencia de las dos genealogías: lógica é histórica (2).

---

(1) El pueblo que parece haber revelado más disposiciones para la Aritmética (*) no parece haber conocido *siempre* el cero, y algunos investigadores aseguran que puede precisarse el momento de aparición del nuevo símbolo (Cantor, *Vorlesungen*, I, 512 y 522). El cálculo con el cero, empezaría con el matemático Brahmaguptas.

(2) Merece meditarse esta hermosa nota de Cantor (I, 61) sobre el concepto de cero y su expresión en la geometría egipcia: — Das Wort Null.... nicht etwa durch ein besonderes Zahlzeichen, sondern durch eine aus zwei Bildchen sich zusammensetzende hieroglyphische Gruppe mit der Aussprache Ven dargestellt, welche gewöhnlich vermeinende Beziehungen ausdrückt, hier die als Dingwort ausgesprochene Verneinungen, das Nichts. *An eine Zahl Null ist in keiner Weise zu denken.*

(*) El pueblo indio (Cantor, I, 511). Die Griechen waren das vorzugsweise *geometrische Volk*, sie waren es in solchem Maasse, dass wir den einengenden Zusatz: des Alterthums uns füglich erlassen dürfen. An den Indern werden wir die vorzugweise rechnerische Begabung zu bewundem haben. Bei ihnen ist dem entsprechend mutmasslich die Heimath einer staunenerregend Entwicklung der Rechenkunst zu suchen..... Spuren griechischen Algebra müssen mit griechischer Geometrie nach Judien gedrungen sein und werden sich dort nachweisen lassen. Aber entweder stiess die griechische Algebra in Indien auf eine einheimische oder vielleicht aus Babylon frühzeitig, eingedrungene Schewesterwissenschaft, mit der sich vereinigte: oder sie entwickelte -h dort rechnerisch, also recht eigentlich algebraisch bis zu r Höhe, die sie in Griechenland niemals zu erreichen ver- ht haben.

CAPÍTULO VI

§ 105. La fijación del número no es más que la afirmación del *límite* de expresión de una imposición determinada, lo que, lógicamente, supone su traslación, en otro concepto que lo abarca. La teoría de las cuárticas (curvas generales de cuarto orden) conduce (en los diversos modos de generación:—generación de Hesse, de Geiser) al establecimiento de números concretos, que representan el *límite* de las expresiones. Los 1008 grupos de seis tangentes dobles, los 288 grupos de siete tangentes dobles (de Aronhdd); las 54 formas de cuárticas, consideradas por Gordan, me parece están incluídas en este caso.

Los casos más sencillos de la geometría se ajustan á esta consideración; y la suma de los ángulos de un triángulo, la medida del área de la esfera, etc., podrían considerarse como símbolos - limites de esas expresiones. A este orden de ideas corresponde la noción de número de soluciones de un problema dado. Construir la cúbica que tiene seis secantes conocidas: admite seis soluciones. El problema de construir la cúbica que pasa por un punto, y tiene por secantes cinco rectas conocidas, admite siempre *una* solución.

§ 106. El carácter científico de la geometría no está en la medida de la extensión, sino en el ordenamiento y reducción de los símbolos que en la extensión se manifiestan. Los progresos más grandes, en geometría, se miden por la síntesis de las propiedades de varias figuras, por la deducción de sus propiedades particulares de algunas generales, por la transformación de unas figuras en otras, etc.—La

geometría de Descartes impone á todas las curvas geométricas una propiedad; De La Hire reduce las propiedades de las secciones cónicas á las del círculo; Newton, en su «Enumeración de las líneas de tercer orden», continuó, aplicado á las secciones cónicas, el trabajo unificativo.

En este trabajo íntimo consiste el carácter de la geometría, la cual—definida como ciencia—es el *razonamiento geométrico*. Este razonamiento se aplica á las figuras en el espacio, como un modo de manifestarse; pero una ciencia no debe definirse exclusivamente por su *medio*, sino que es preciso tener presente su genealogía y su fin.

Si la *medida* pudiera quedar completamente reducida á una expresión numérica, sin resultados ulteriores, toda teoría trascendental quedaría inmediatamente excluída. Pero la idea de medida se funda en la *calidad* (una primera relación); y la mejor definición que puede darse de la medida, es considerarla como una determinación de la calidad.

1.° La medida es una relación (así se habla de *ecuación de dimensiones*, de transformación de unas cantidades en sus homólogas).

2.° Esta relación se complica sucesivamente, resultando como una especie de *índice* de imposiciones. En el límite, este índice se halla impuesto á cualquiera otra cantidad. Así: «dada la medida de un grandor, evaluado por medio de ciertas unidades, determinar la medida del mismo grandor, evaluado por medio de otras unidades ligadas de una manera conocida á las primeras». Este problema fundamental, supone la independencia de todo carácter cuantitativo. En los términos propuestos, y en los términos en que puede intentarse resolverlo, este problema no expresa sino la *forma* ó carácter accidental de la *medida*; pues la relación que se busca entre la medida-unidad y entre las medidas

derivadas supone un carácter cualitativo, del que prescinde por el momento el matemático, en virtud de una convención puramente práctica. Las llamadas *condiciones de homogeneidad*, *grado de homogeneidad*, etc. (como en el caso citado del axioma de Arquímedes), son factores dependientes del carácter cualitativo.

§ 107. La matemática debe entenderse como ciencia impositiva de las relaciones, es decir, estas relaciones en tanto que leyes á priori, antepuestas á todo resultado. La *medida*, va siguiendo de cerca á esa ley; pero esto es la parte *aplicativa* de la ciencia. Y una ciencia no debe definirse por sus aplicaciones, sino por sus principios. Aunque los principios deben ser tales, que abarquen todas las aplicaciones, *explicándolas* suficientemente, y conteniéndolas, como una causa respecto de su efecto ó de sus efectos.

La consideración de la matemática como la ciencio de la cantidad, arranca de la tácita definición del matemático como hombre que «ha da fare» con grandes masas *(celsas moles)*, como en los versos del Renacimiento en que se afirma que Alberti no es inferior á Euclides:

Quisquis celsas attolere moles affectat,
nostri relegat monumenta Batistæ.

Pero ninguno, acaso, en la época moderna ha defendido con la tenacidad de Kant el concepto *cuantitativo* de la Matemática. En su paralelo entre las ciencias matemáticas y la filosofía, establece un dualismo tan extremado, que apenas tendría hoy sostenedores (V. su tesis sobre «la claridad de los principios de la teología natural», á la Real Academia de Berlín, en 1763):—«Como la cantidad constituye el objeto de la Matemática, y en el estudio que se hace de ella no se persigue otro fin que saber cuántas ve-

ces una cosa es puesta, es evidente que esta especie de conocimiento debe reposar sobre un pequeño número de teorías muy claras sobre la teoría general de la cantidad » *(Primera meditación*, § IV).

Pero la cantidad es la *expresión* que damos á las calidades, es decir un «razonamiento á posteriori». La aplicación de la idea de infinito á la cantidad, la transforma inmediatamente en *calidad*, y por eso nos resulta un número inexpresable, algébricamente y geométricamente. En cuanto á la extensión, se pasa inmediatamente á la *supresión del espacio*, y á su conversión en términos de álgebra. El prejuicio de que generalmente se parte al hablar de «número infinito», es que se quiere poner esa realidad en el *número mismo*. Desde este punto de vista, el problema es insoluble, porque se pretende *expresar* en números, lo que (por hipótesis) en números es *inexpresable*.

La definición de Matemática debe indicar, pues, más que la determinación ó fijación de valores, el ordenamiento de cualquier valor, dentro de un sistema, $y = f(x)$ puede ser el símbolo de una operación analítica—sólo indicada—ó de una realización experimental. Pero, una vez buscado y hallado el *dato*, lo que importa (especulativamente) es su relación de orden con las variantes del *argumento* de la función.

El progreso, en la «reducción á matemática» de los elementos científicos, está en la unidad del punto de vista. Pero esta síntesis indica mucho más el *orden*, en unidad, que la magnitud, en cifra. Así, el paso es de lo cardinal á lo ordinal.—El último gran progreso realizado en la Mecánica, la *imposición* de una fórmula ó ecuación unitaria á todos los sistemas «à liaisons», ha producido el ordenamiento total de esa ciencia, sobre un nuevo principio. Hertz había distinguido los sistemas holónomos y no holó-

nomos. La *diferencia matemática* estribaba en la aplicación ó no de las ecuaciones de Lagrange. Appell reduce á una misma ecuación todos los sistemas, tomando por punto de partida no la energía cinética, sino la energía de aceleración.

La noción de lo *continuo* como una serie de individualidades, independientes dentro de la unidad y de la armonía, resulta una necesidad á priori de nuestro sistema general de expresiones. La expresión resulta siempre fraccionada, aun en el grado más elevado de la síntesis. La serie de los números, sus integraciones y desintegraciones, es un buen ejemplo. Entre cada número entero se coloca una serie indefinida de fracciones. Nuestro concepto de la unidad es, pues, laboriosísimo. La cantidad no sólo varía con respecto á sí misma (cálculo diferencial), sino también con respecto á otra cantidad semejante, á ella vecina (cálculo de las variaciones). Los puntos del arco de curva *c* forman en conjunto una *serie*, ya desde el punto de vista lógico, como desde el punto de vista matemático. Los cambios de posición de los elementos de esa serie constituyen los *nombres* de la cantidad para un orden fijo. Pero pongamos *C* en comparación con otro arco de curva *C'*, que esté infinitamente próximo á ella. Un punto cualquiera, *p*, de C, corresponderá á otro de *C' (p')*, y ambos puntos tendrán la misma abscisa y una coordenada diversa, independientemente de la aproximación de *C* á *C'*. Si *p* pasa á *p'*, la cantidad entra en el cálculo de las variaciones, sometida á imposiciones que descubre luego el analista. En un segundo caso, más complicado, *C'* es el límite de *C*, en general, y *p'* de *p*, en particular, pero la abscisa y la coordenada son diversas.

Estas *imposiciones sucesivas*, ligadas á una «ponibilitas» fundamental, están en el fondo de los descubrimientos de Sophus Lie:

1.° La cantidad como una fluxión.

2.° La cantidad variando con respecto á si misma (y con respecto á otra cantidad).

3.° Admitidos ***dos grupos*** de variables, uno de ellos se pone como función del otro.

4.° Si las funciones, *f*, son resolubles respecto de las x, entonces estas ecuaciones determinan una transformación entre n y n', grupo de variables, x y x_1, primeramente consideradas.

5.° Una vez establecido el principio, considerar dos grupos: no x y x', sino x y z. Entonces se tienen las variables congredientes.

A los grupos de transformación se les impone la condición general de la ***continuidad*** ó ***discontinuidad***, ***finitud*** ó ***infinitud***, y la misma condición de derivación (ya incluída en el concepto de transformación y de grupo) se acentúa aún más, originándose los subgrupos, de los que aun pueden considerarse dos especies, por relación principalmente al número de parámetros que contengan.

§ 108. Concebido el número cardinal como una notación simbólica, y el número ordinal como otro símbolo, no hay inconveniente en hablar de ***conjuntos infinitos,*** sea en la «pluralidad» múltiple ó en la semejante. ***(Mehrheit*** y ***Aenliche Mehrheiten***, de los alemanes). La repugnancia á introducir el infinito en el *conjunto* — serie finita — parece justificada; pero, dado nuestro concepto, no hay contradicción sino en apariencia. El ***conjunto*** — la pluralidad — no está definido por el número de términos, sino por su ***notación***. Esta notación es sólo un ordenamiento. Así, en la clave de Dellach, 1 2 7 38 295 3098 42271 726734. Estos números son: 1.° Pares é impares. (Este carácter no se refiere á su ***magnitud***. La relación de pasividad é impasividad es una notación simbólica). 2.° La suma de dos consecutivos es divisible por 3. (3 es aquí una notación

implícita, como la razón ó la diferencia en las progresiones).

La aritmética, el punto inexpugnable de los cuantitivistas, ha sido ganada por Georg Cantor para la idea de *orden*. En el teorema de Sylow sobre el número de grupos transitivos de grado *p*, los grados *5* y *7* y *11*, son propiamente ordinales, es decir, indican una relación. Aquí, esta relación es todo lo más distante posible de la idea de cantidad, á pesar de pedirse *cantidades* en el enunciado del teorema, y á pesar de fijarse las relaciones de los grados 5, 7 y 11 en números concretos. Desde luego, se impone una distinción entre el primer grado (5) y los otros dos (7 y 11); el primero se desdobla en dos grupos — alternado y simétrico (correspondientes á 60 y á 120); los otros dos grados corresponden á grupos, sin desdoblamiento (168 y 660).

§ 109. Análogas consideraciones pueden aplicarse al número simbólico de Dedekind y Kronecker; al número fraccionario como *símbolo operatorio* de Méray. En Cantor, la idea dominante es la reducción del número cardinal al ordinal, de lo *matemático magnitud* á lo *matemático continuidad*.

Infinito de una cosa es la posibilidad de esta cosa á volver á su principio genético que es su *explicación*. Ya se conceda realidad autónoma al *límite* (en sí mismo) ó se le considere sólo dependiente de otros límites — condicionado por ellos — siempre será imposible una *cantidad infinita* en el sentido de expresión condicionándose á sí misma, teniendo en sí misma su íntima razón de ser. — El infinito de una cosa es la *afirmación:* 1.°, de esa razón de ser; 2.°, de la posibilidad del tránsito de la cosa á su principio genético.

Hay una relación dependiente del contacto, y otra que surge del contacto; pero hay otra existente *antes* del contacto é impuesta á los miembros en el mo-

mento de la síntesis. Si *A*, *B*, *C*, *D*... son polinomios enteros, por relación á un orden serial x, y, z,... yo puedo hacer entrar en la serie A B C D... otra clase de polinomios, α β, que, á primera vista, serían independientes. Para esto estableceré una relación tal como $\alpha - \beta = \lambda$ A $+ \mu$ B $+ \nu$ C, y anotaré

$$\alpha \equiv \beta \text{ (mod. P, Q.)}$$

La relación de diferencia era, pues, extraña hasta el momento de la génesis. Tal es la noción más elemental del infinito matemático. La ciencia de estas expresiones elementales es la Matemática.

TERCERA PARTE

Del orden en las sucesiones

Capítulo I

§ 110. Yo supondría un hombre que cuenta sus adquisiciones naturales sobre la idea de número, como el hombre de Buffon ó el de Condillac. Al distribuir los números en pares é impares, y al ver que del par puede hacer dos *mitades*, este hombre se dirá que por qué no puede hacerse otro tanto con el impar. Su razonamiento se fundaría, ante todo, en la constancia de las leyes naturales. Su opinión, después de intentar la división de la unidad, continuará siendo que la unidad no es número, sino *principio de número*. ¿Pero cómo la unidad, no siendo número, asume las leyes de los números? Y entonces diría: la unidad no tiene carácter de *divisible en sí*, hasta llegar el momento en que entra en contacto con otros números. ¿En fin cómo podría aceptar una imposición, si ésta fuera radicalmente opuesta á su naturaleza?

I. La génesis del número es defendida de dos modos diversos, según que se admita el *uno* como

«principium numeri» ó como número mismo. En esta última escuela, el número, ante todo, resulta de una suma de unidades. En la primera, en cambio, antes de establecer este principio, al parecer tan simple, se hace necesaria una información sobre el paso de unidad á número; lo que envuelve todo un sistema de averiguaciones concretas sobre la genealogía de la unidad.— «Si hay varios principios, y si estos principios están privados del uno, resulta de aquí todas las consecuencias absurdas que los argumentos de Zenón oponen á los que sostienen la existencia de la pluralidad sin lo uno:—si hay varios principios, pero participantes de lo uno, este uno seguramente, participado, procede de algo que es, realmente, antes que él: pues todo uno particular viene de lo uno, puramente uno:—si el principio es único, pero posee por sí mismo la pluralidad, será un cierto todo, compuesto de partes ó elementos que serán en él los varios. Entonces no es verdaderamente uno; pero ha participado del uno. No es, pues, ni sencillo ni se basta á sí mismo, condiciones que debe llenar el principio.» (Proclo, *in Parm.*, II, § 37).

II. Estas dificultades desaparecen con la opinión de que la unidad es un número. Poniendo este principio como base, otra escuela de especuladores deduce dos aplicaciones: 1.ª, la demostración de que la idea de número es la generalización más amplia de nuestra mente; 2.ª, la tesis de que el número se engendra por sucesivas adiciones de la unidad. Ambas aplicaciones se leen en el *Ensayo* de Locke (l. II, c. XVI, §§ 1 y 2).

III. Una posición intermedia está representada, tal vez, por Leibniz: la definición del número como una multitud de unidades no tiene lugar sino tratándose de los enteros. (*Nouv. Ess.*, l. II, § XVI). Pero la estabilidad de nuestro punto de partida exige

la resolución de la cuestión siguiente: ¿es justificable un dualismo entre la génesis de los números enteros y los llamados *sordos*, trascendentales, etcétera? (1).

§ 111. El espíritu empieza á concebir *la salida de la unidad*—la distinción—cuando ve que de la «pos-

---

(1) De la universalidad de la idea de número. De un razonamiento ambiguo sobre esta universalidad. Esta cualidad la ha explicado Locke (II, XVI, § I) cuando trata de demostrar que «el número es la más sencilla y la más universal de todas nuestras ideas». «El número—dice,—se aplica á los hombres y á los ángeles, á las acciones y á los pensamientos, en una palabra, á todo lo que existe ó puede ser imaginado.» Este lenguaje vehemente y colorido, es la conclusión de todo el razonamiento. Me parece que esta parte del *Ensayo* está toda reducida á probar la universalidad de la idea de número, apoyándose en la universalidad de la idea de unidad. En Locke, especialmente, es claro el silogismo *a)*. Lo uno, es nuestra idea general; *b)*. Lo uno es un número; *c)*. Luego el número, etc., etc. — Aquí se presenta, sobre todo, el examen de *b* (véase las notas de san Isidoro y de Wallis).

Para el concepto de *unidad*.

La expresión más brutal de la unidad como número: unitas est pars aliquota cujuslibet numeri vulgaris seu rationalis integri.

(Wolf, *Ontología*, § 361, pars I.)

Def. de número.

Numerus autem est multitudo ex unitatibus constituta: nam *unum semen numeri esse, non numerum* (*Etym.* lib. III, cap. III, § 1.º).

Dos afirmaciones de valor!

«Ratio numeri contemnenda non est: in multis enim sanctarum scripturarum locis, quantum mysterium habeant, elicet (lib. III, c. IV, § 1.º).

Tolle numerum rebus omnibus, et omnia pereunt.

(Ibid., § 4.º)

Hic autem ambigi potest, an *Unum sit numerus*. Quippe alii non numerum esse dicunt; sed *principium numeri*; adeoque *binarium* esse numerorum minimum. Alii *Numerum* esse volunt (adeoque *numerum* singularem admittunt); quia respondet quæstioni *quot*. Cestum est, *Eucliden* (*Wallis*).

sibilitas» surgen imposiciones capaces de concretarse, de asemejarse, y de oponerse, como en el caso del círculo, disminuyendo de lados — en el mismo tiempo, y guardando la misma topología—y engendrando los polígonos.—Si, en los casos favorables á la presentación de un nuevo suceso, quiero establecer una relación de dependencia respecto de los casos posibles, es indispensable que forme dos grupos opuestos y homogéneos: dos grupos de unidad, que pueden calificarse: unidad probable y unidad posible. Pero, por el mismo modo de constitución de esa unidad, siempre podré ponerme el problema de las *probabilidades totales*, haciendo varios subgrupos del grupo primitivo, es decir, pasando de la unidad al número.

La reducción de la calidad á la cantidad—es decir, de una expresión concreta á una expresión abstracta —parece el ideal asignado por muchos escritores á la ciencia. Tal reducción no supone la negación de la calidad, sino su síntesis en un atributo. Cuando todo se redujera á las cantidades perfectamente determinables, y todas á una sola—en favor siempre de la explicación científica—aún quedaría esta cantidad por determinar, en lo que continuaría siendo su esencia *atributo:* es decir, en la *capacidad* de determinarse en varias cantidades diversas, origen de las calidades sensibles.

Capítulo II

§ 112. La continuidad y la multiplicidad (derivadas, pues, de la *unidad)* son las dos ideas en que coinciden las nociones de espacio y de tiempo. Esa continuidad y esa multiplicidad se manifiestan de diversos modos, según el sentido y la forma de la

proyección: es decir, según el modo como son *calificadas*. Con ambas se forma el número concreto. Se ha pretendido ensayar la doctrina de la «interferencia de las sensaciones» para probar el paso de la sucesión á la simultaneidad. La ley de asociación entra aqui, y unas sensaciones se corrigen por otras. La sensación resulta así un símbolo y una expresión. Pero el paso de la *simultaneidad* á la coexistencia no puede explicarse si no se sale de ambos términos: querer reducir uno á otro, sin intermediarios, es empeñarse en una síntesis, donde el elemento fundamental falta en absoluto. La *reversibilidad de las sensaciones* no puede explicar nada; el hecho de haber querido resucitar tal principio Spencer, prueba la pobreza de la especulación en esta época y la falta de una verdadera vocación para los problemas íntimos de la Ciencia. Recorred la línea recta AB de A á B y después de B á A: el concepto de línea, como *sucesión de puntos*, puede ser la base de una serie homogénea de inferencias, tales como:

1.° El orden en que me aparecen los fenómenos es fijo.

2.° (Supongamos que el doble trayecto A $\overset{\rightarrow}{\underset{\leftarrow}{—}}$ B tiene un punto de coincidencia): hay un punto en que AB coincide con BA, y guardan relaciones determinadas (de quinta, de octava). Así también, la *coexistencia*, sólo nos da ideas de coexistencia: —resistencia, inmovilidad, figura, homogeneidad.

Tiempo y espacio son expresiones que dependen de una *tendencia* más general, de la cual son proyecciones. La sensación las sintetiza. Todo este razonamiento, lo ha hecho el *yo* para percibir. La percepción es el resumen de ese pensamiento. Sensación es igual á lógica. *Causa*, es el sentimiento íntimo de ese trabajo mental. Todo objeto nos aparece, evidentemente, como un *efecto*.

sibilitas» surgen im... ...uede oponerse al espacio; tarse, de asemeja... ...otro, si no se recurre á la del círculo, d... ...esiva. Esta guía: la síntesis, tiempo, y g... ...ncia) es necesariamente lógica drando los ... ...e, en realidad, preexiste al aná- la presen... ...momento de la experiencia se rom- per una ... ...a que se proyecta la *tendencia;* y sólo sos po... ...a puede sorprender en esos fenómenos pos... ...mentos.

dad... ...representación (de cualquier sentido) nece- ur... ...proceso generador. Admitida para una, se t... ...admitir para todas. Es extraño que los mis- ...que conceden un *período* y una *génesis* para la ...ción de la representación del espació, nieguen ...génesis — por ejemplo — al color. Su modo de razonar suele ser este: el espacio es un hecho de percepción de partes, de series: el color va unido íntimamente á tal percepción, *de la cual se abstrae,* y es un hecho simultáneo. Pero la noción misma del espacio, como notación simbólica, ha de tener el carácter de filiación genética, de modo que resulte directamente *impuesta* una serie de posibilidades, en número indefinido. Por tanto, ha de ser una notación que *contenga* el espacio. Ahora bien: para no incurrir en el círculo vicioso de los antiguos, no puede tratarse de un «espacio que contenga el espacio». Así, la *Mehrheit* de *n* dimensiones (Riemann) contiene una serie de geometrías posibles. Y es precisamente debido á que la *notación simbólica* que representa es susceptible de desarrollo. Lie, Helmholtz y Poincaré han *deducido* de este modo la geometría de Euclides.

Aquí no discuto en toda su extensión los términos del problema: el *principio genealógico* de espacio y tiempo, — es decir, la *definición* de estas expresiones, por respecto á una tendencia general unificada — traza el límite en que me he propuesto

concretar mis ideas. En la determinación de esa ›ndencia, el «orden de las coexistencias» y el «or-›n de las sucesiones» nos ofrece una primera base de investigaciones. Tanto la coexistencia como la sucesión dependen de un *orden* (1).

§ 114. El error del *nativismo* no está en partir de una percepción de la simultaneidad (en vez de la sucesión) sino en que esa percepción sea *inmediata*. Una de las grandes «falacias del psicólogo» es reducir al análisis, síntesis indescomponibles. El proceso genético no puede separarse del proceso de ideación, al cual corresponde principalmente, y del cúal el «objeto sensible» es una síntesis.

La llamada «sugestión del esfuerzo locomotor», en la apreciación de la distancia (Bain) representa uno de los elementos más groseros de la *geometría* y el *arte* acumulados en la sensación. La teoría del simbolismo de las imágenes visuales respecto de las motorias (Berkeley, Spencer) es un ensayo más profundo del punto de vista empírico.

§ 115. Del primitivo concepto de «*relación* de espacio á tiempo», desaparecen ambos, y son sustituídos por la *relación* de un fenómeno con una cantidad. Así, velocidad de un fenómeno es el límite de la relación de este fenómeno al de otra cantidad de la cual se considera dependiente. A este concepto de velocidad se llega mediante el paso por otro concepto: el de los diversos infinitésimos (de diversos grados): un infinitésimo es de orden superior, con respecto á otro, si tiende á cero con mayor *ra-*

(1) Y ante todo, el mérito y la ventaja que Leibniz tiene, como polemista, sobre Clarke, consiste en la idea una que infunde á tal *orden*. «Dieu a tout prévu, il a remédié à tout par avance. Il y a dans ses ouvrages une harmonie, une beauté déjà préétablies» (Réplica al primer escrito de Clarke, 8). De este modo, la cuestión del *Orden* se traslada. ¡Investigación de la CAUSA!

pidez. En un tercer momento especulativo, la velocidad no es ya una *relación*, sino un límite en tal relación. La relación se establece entre una variación (cualquiera) del fenómeno, y otra variación cualquiera de él dependiente.

§ 116. Partiendo de un grupo de tres cuerpos, se establece con ellos todas las combinaciones posibles (no intransitivas). Sean los cuerpo *A*, *B*, *C*. Las combinaciones serán: A B — A C — B C. De estos cuerpos, sólo me importan sus aceleraciones: para A, A′; para B, B′; para C, C′. Si *A B* forman combinación, *A′ B′* la formarán igualmente. A esa relación que se establece entre los *atributos esenciales* que ahora considero en los cuerpos, la llamo *a*. Procediendo exactamente en las otras combinaciones, obtendré: *b*, *c*. Pero todas esas relaciones forman sistema: abc = 1. Y he ahí una de las grandes síntesis que permite alcanzar un concepto de *masa*. En esa relación, y en la ley conmutativa de Newton, está el problema fundamental de la Mecánica.

§ 117. El carácter de *continuidad* del tiempo y del espacio debe mantenerse independiente de toda otra cuestión sobre la divisibilidad ó indivisibilidad de sus elementos. Pero un primer paso hacia la concepción del *infinito*, dentro de la serie *finita*, lo tenemos en el caso de las ecuaciones diferenciales lineares, cuyas integrales no tienen más que un punto singular á distancia finita, siendo *regulares* en el infinito. (Günther: *Journal de Crelle*, t. 105, ps. 1-34). — Teniendo que considerar el mecánico movimientos relativos, ha pedido un cuerpo fijo que explique todo, y que sea como el centro ideal de referencia. Neumann pedía el famoso *cuerpo α*, absolutamente inmóvil, que para Budde era ya el medio donde están como sumergidos los otros cuerpos: un reposo en medio del movimiento, y dando razón de él. El último crítico de la mecánica, Er-

nesto Mach, admitía la extremada idea de Budde y auguraba el advenimiento de una nueva serie experimental.

El *determinismo* es hijo del entusiasmo mecanista, que tuvo su expositor más elocuente y preciso en Laplace. El enciclopedismo soñaba con la «fórmula del cosmos», sin salir de los límites rigurosos de los tres principios fundamentales de la Dinámica. Para este período de la historia de la ciencia, Mach ha reservado la expresión de «mitología mecánica», en contraposición á la «mitología anímica», con que se inaugura el pensamiento religioso de tendencia científica. Así como lo *matemático* no puede explicarse por lo matemático (en el sentido de cantidad), así también lo *mecánico* no se explica por lo *mecánico:* ya Königsberger, en 1901, daba mayor extensión á las ecuaciones diferenciales, y aplicaba la ecuación de Lagrange á nuevos casos, así como el principio de d'Alembert y el principio de Hamilton (1). Pero estos esfuerzos no representan sino los comienzos de una síntesis. El espacio, la materia, la fuerza, el movimiento, el número, no son las *frías* «funciones de clases, funciones proposicionales» de la flamante lógica. La matemática gana pasando á lógica; pero *esta* lógica no explica el mundo. Todo número *cardinal* es la notación simbólica de una serie de números ordinales: y esta notación es cierta desde la unidad agregada al antecedente ó restada al *Seq.* hasta el teorema de Jacobi sobre la descomposición de *N.* en una suma de cuatro cuadrados (2).

---

(1) *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (2.º semestre 1901-1902).

(2) Contra la pretendida superioridad de las Matemáticas, Hamilton en contra! Las indulgencias del método experimental. Galileo, en el diálogo *dei massimi sistemi:* —«Dico che, quanto alla verità di che ci danno cogni-

Capítulo III

§ 118. La *demostración* es la *sucesión* y el *teorema*, la *coexistencia*. Un axioma es esa coexistencia, apreciada con la simplicidad de una sucesión. Un mismo

zione le dimostrazioni matematiche, ella è l'istessa che conosce la sapienza divina (giorn. I).

Esa *superioridad*, fundada en la constancia de las «cualidades primeras». Pero: 1.°, esas cualidades no se reducen á figura, número y movimiento; 2.°, el espíritu tiene otros medios de percepción directa.—Y, ó la Ciencia divina y la humana no tienen ningún contacto, ó los contactos son numerosísimos y por diversas vías que no son matemáticas.

Sobre la definición de la matemática y, en general, de toda ciencia impositiva.

Concepción de la Matemática en la diferencia tradicional, como una Ciencia de la cantidad *(grandeur)*.

Varios grados de definiciones *menos interesadas:*

1.° Ciencia de la medida de los grandores.

2.° Ciencia de los grandores.

3.° Ciencia de la cantidad.

(Pero, aún, resulta utilitaria y fuera de la *filosofía de la Ciencia.)*

—Concepto-eje: Por el principio de la persistencia de la imposición *(corolario)*, la Lógica se *continúa* en cada Ciencia; y esa lógica que se asimila la Matemática, que le es característica, es su definición no utilitaria.

—La Matemática, *Ciencia de la imposición pura.*

La Lógica, Ciencia de las relaciones de impos. y pon.

El ideal, en Matemáticas, no son las *aplicaciones*.

Definir una Ciencia por sus aplicaciones es alejarla de su carácter de Ciencia.

Definir la Matemática como «medida de la cantidad» es definirla por sus aplicaciones.

La matemática es Ciencia de calidades.

¿Por qué ocupa el primer puesto en la Enciclopedia?—En qué sentido influirá sobre la Ciencia universal.

El ideal, en Matemáticas, para Comte. (I, 3.ª lecc.)

...«On peut même dire, en toute rigueur, pour indiquer

procedimiento liga la demostración á la investigación de valores, por la reducción á otros valores más simples. Al calcular el valor de un determi-

---

d'un seul trait la portée générale de la science, que si l'on ne craignait pas avec raison de multiplier sans nécessité les opérations mathématiques, et si, par conséquent, on ne devait pas les réserver seulement pour la détermination des quantités qui ne pourraient nullement être mesurées directement, ou d'une manière assez exacte, *la connaissance de toutes les grandeurs susceptibles d'estimation précise que les divers ordres de phénomènes peuvent nous offrir, serait finalement réductible à la mesure immédiate d'une ligne droite unique et d'un nombre d'angles convenable*» (ps. 97-98).

Así, Comte es fiel al famoso mecanismo que con Descartes pedía el espacio y la materia para construir el mundo y con Laplace la ecuación final de todo el Universo.

Su definición de la matemática, *ibid*, p. 98:

Ciencia que se propone «*constamment* de déterminer les grandeurs les unes par les autres, d'après les relations précises qui existent entre elles».

Y más abajo: «l'esprit mathématique consiste à regarder toujours comme liées entre elles toutes les quantités que peut présenter un phénomène quelconque, dans le but de les déduire les unes des autres».

Aun sobre el concepto-eje. Definiendo la Matemática por la parte que tiene de *lógica*, y no por la que tiene (agregada) de medida de cantidades, se llega al progreso de la inversibilidad, pasando de una parte del análisis á otra, del análisis á la geometría, á la mecánica, volviendo á la Lógica, etc., etc. Si esto no fuera así, toda la matemática sería rígida.

Conviene definirla *por el principio moderno de su movilidad.*

«Pour concevoir nettement la véritable nature d'une science il faut toujours la supposser parfaite.»

(Comte, I, 3.ª lecc., p. 108).

Definir la matemática como medida de grandores, es definirla por sus signos ó *notaciones simbólicas.* (Lo que equivaldría á tomar, en geometría, la línea por el trazado del yeso.)

Objeciones fundadas contra la consideración de la mamática como Ciencia del grandor ó de la medida del grandor:

nante, de orden *n*, el analista reduce este determinante á otro de orden *n—1*; este último á otro de orden *n—2*, y así sucesivamente hasta un determinante de tercer orden, que se desarrolla directamente, según la regla de Sarrus. Tal reducción y simplificación de valores se verifica en todas las operaciones aritméticas (suma, multiplicación, etc.); pero para cada reducción de esta índole, el analista se funda en teoremas especiales, más ó menos implícitos. En los determinantes, se parte del siguiente teorema: «la suma de los productos de los elementos de una línea ó de una columna, por sus complementos algébricos, es igual al determinante».

—Axiomas de nulidad.

—El infinito.—El cero como contención absoluta.

—Investigación del *cual* (problema de Newton sobre la línea de mínima resistencia, etc.—La investigación de la dirección de la tangente, en una curva plana (origen del cálculo diferencial!)

—Principio de la *homogeneidad* de las relaciones geométricas (el valor independiente de las unidades de medida).

—Del valor y de la cantidad.—Desaparición de tales conceptos, absorbidos en la idea de calidad pura.—Concepto de la Matemática como ciencia impositiva.

La *valuación* no es sino un caso particular de la Matemática, y de ello no puede hacerse el carácter m.° de la definición.

En sus bellas lecciones sobre el cálculo de las funciones indirectas, Aug. Comte ha distinguido profundamente el método infinitesimal del cálculo infinitesimal.

(*Cours*, I, 6.ª y 7.ª lección).

Sobre el concepto de Matemática en Wolff, opositor más directo:

«Cognitio quantitatis rerum est ea, quam *mathematicam* appellamus.»

(*Lógica*, disc. prael., I, pár. 14).

Tal concepto deriva directamente de este aforismo:

(*Ibid*, pár. 13):

«Quicquid finitum est, sua determinata gaudet quantitate.»

Véase su análisis en otro lugar).

La enorme potencia sintética de una proposición ó de un axioma, se concibe por su capacidad de dar origen á un orden de posibilidades matemáticas, sin término fijo. La ley de independencia del sujeto respecto de sus atributos, explica tal fecundidad; los atributos no *suman* el sujeto, ni presentan con él otra relación que la de una posibilidad á otra posibilidad, en el orden estricto de las sucesiones y de las coexistencias, de nuevos principios *dados*. El orden de lo *posible* y el orden de lo *dado*, son reductibles á términos matemáticos; pero esos términos son siempre *ordinales*. La intuición sobrepasa á la expresión (experiencia). La relación entre ambos órdenes se complica; y, en las últimas aplicaciones de la experiencia, puede invertirse la relación entre la *intuición* y el *dato*. Muchas cuestiones son, por ejemplo, vistas claramente en Mecánica, como pendientes de solución, y ésta no puede venir por deficiencia del Análisis. Así, el potencial de las velocidades de un fluido, función harmónica de todo el fluido, no *puede* resolverse. Y, sin embargo, el «problema de Neumann» es claramente visto en hidrodinámica.

§ 119. El carácter apodíctico es algo que el espíritu mismo infunde en las cosas; la aparición y la permanencia de este carácter es un acto de *emoción* elemental, del cual no está enteramente libre la apodíctica de la lógica ó de la matemática. La condición de claridad y precisión en las nociones, no es una condición exclusiva ni suficiente; hablando con rigor, este carácter de *claridad*, no lo ostentan los mismos axiomas. Un axioma podría pasar por la noción menos precisa de todas aquellas sobre las cuales ejercita su actividad el hombre. El axioma es la síntesis mental más *impulsiva*. Un estudio imparcial demostraría la presencia de la intuición, no sólo en el acto mismo de la enunciación axiomática, sino en todo el larguísimo trabajo de elabora-

ción espiritual de la *certeza*. El axioma 2.º de Legendre sobre la relación de las partes con el todo, no se hubiera podido nunca enunciar sin la percepción inmediata, y en un instante dado, de toda la teoría de las figuras proporcionales, de la matemática combinatoria, etc., que luego el geómetra *descubrirá*.

La certeza es anterior á toda experiencia. Podría definirse como una experiencia dentro de la experiencia. Esa experiencia, ya realizada, tiene sus grados, que sólo proceden de ella misma ó de su contacto con la nueva experiencia que se va desarrollando; pero el punto esencial, en todo caso, es la *personalidad* que el espíritu comunica á las construcciones. Sin esta personalidad, todas las cosas serían indiferentes, tanto para la inteligencia como para el sentimiento. El mundo imaginado por Hamilton, donde la Omnipotencia hace de cada combinación de dos y dos no cuatro, sino cinco, puede extenderse indefinidamente sin dificultad: la certeza que yo daré á ese mundo no provendrá de la experiencia que haré en él, sino de la experiencia que yo aporto. La ciencia, como ha sido notado yá otras veces, no es otra cosa que esa adición de una experiencia á otra, por donde la última corrige á la primera. Esas sucesivas correcciones forman la trama íntima de mi percepción de las cosas; y, en este concepto, este mundo — el de Hamilton, ú otro cualquiera — es el receptáculo general de mis *expresiones*. La certeza debe buscarse en el *momento genético* de esas expresiones, y no en el momento material de la proyección. Aquí el factor cronológico decide del factor lógico.

El mismo carácter de los *axiomas*, es, fundamentalmente, el de los *impulsos*. Un axioma es la manifestación intelectual de la *tendencia* que hemos visto en la génesis común del tiempo y del espacio.

Esta *convicción impulsiva* está en el origen de aquella lógica natural que Bacon llamaba «lucífera». La generalidad de cosas escritas sobre estos «principios del conocimiento», son deficientes en cuanto se refiere á la parte de acción contenida en tales principios. Es el mismo caso, por lo que se refiere á la conciencia, en la que todos están dispuestos á ver un órgano de la *percepción*, en vez del fundamental *instrumento para la acción*. Bacon significa un progreso enorme en los métodos científicos, no por el método mismo (luego reformado, ampliado, criticado por nuevos escritores), sino por la introducción del elemento *actividad humana* en las cuestiones lógicas. Bacon ha *moralizado* la lógica: después de la crítica de los sentidos, pone la *objetividad* en la experiencia: en esta contradicción le saldrá al paso Hume, y después Kant hará toda su labor. Hume hará una sencilla pregunta: ¿por qué la experiencia no habría de ser uno de tus *Idola*, en vez de ser uno de los *Desiderata?*— Pero el mérito de Bacon está en hacer intervenir la voluntad del investigador en las cuestiones especulativas, en no aguardar la respuesta de la Naturaleza, sino en provocarla. El hombre está delante de la Naturaleza, no como un augur, sino como un amo *(Non ut augures, sed ut duces)*. Las famosas *scala ascensoria* y *scala descensoria (De dignitate*, lib. III, cap. 3.º) son aparatos ideados, ante todo, para el ejercicio y la actividad.

§ 120. No será nunca argumento aceptable, contra un sistema de proposiciones, el hacer constar que, siendo la primera verdad ó postulado de primera evidencia, el carácter demostrativo de las otras verdades encadenadas para la prueba del postulado, se borra. Ante una demostración, estamos demasiado acostumbrados á preguntar por el *resultado*, en vez de investigar las imposiciones y símbolos descubiertos en el trayecto. A menudo, cuando se nos

propone la demostración, que creemos inútil, de una verdad, que juzgamos *evidente*, una pregunta instintiva nos advierte si hay en ello «utilidad». La insistencia de tal pregunta me parece el signo más fijo de la carencia de verdadera vocación científica. El sentido común, muchas veces compara el trayecto recorrido en esas demostraciones de las *evidencias* con un camino circular, y, preguntándose sólo por el resultado, cree inútil haber recorrido tal círculo; pero un espíritu disciplinado y habituado á considerar la ciencia como un *móvil*, sabe que cualquiera verdad es sólo un «símbolo». Una de las críticas levantadas contra el sistema y los descubrimientos de Spinoza se refiere precisamente á este punto. Se cree que el filósofo ha abusado, en algún punto de la *Etica*, de las demostraciones, prodigándolas con exceso. Un expositor brillante advertía: la conclusión á que se llega, por el encadenamiento riguroso de las seis primeras proposiciones de la *Etica*, es..... evidente por sí misma. Traducid, en efecto, en lenguaje ordinario: significa que un sér, que, por hipótesis, es una substancia, es decir, existe en sí y por sí, no puede ser producido, es decir, existir y ser concebido, por otro..... lo que en verdad no vale la pena de ser demostrado. *(Saisset)*. Y, sin embargo, Spinoza, recorriendo su trayecto de imposiciones, y haciendo sus hipótesis, en comprobación de la verdad «evidente», no ha hecho—como filósofo—sino tomar á esta verdad por móvil de su discurso. Más juiciosas que cualquier comentario, me parecen estas palabras, que se presentan á todo lector con la autoridad de un nombre inmortal en la historia de las ciencias: «Es verdad, dice Maclaurin hablando de las obras de Arquímedes, que ha partido de varias proposiciones para preparar la demostración de los principales teoremas, y esto ha hecho que su método se considere enojoso. Pero el

número de pasos no es el mayor defecto que una demostración puede tener: sólo debe tenerse en cuenta si son necesarios, para que la demostración se considere perfecta y concluyente.»

§ 121. Al comenzar el capítulo «de las proposiciones que se llaman máximas ó axiomas», Locke expresa su ignorancia sobre los predecesores suyos, en la cuestión que va á discutir. El sabio Teófilo, de los *Nouveaux Essais*, suple oportunamente este grave defecto de cultura histórica, mencionando ante todo la elocuente y concisa explicación de los escritores de la Escuela: (proposición evidente *ex terminis)*.

Un examen escéptico de esta frase y de la explicación de Leibniz, es oportuno. Ante todo, debe ponerse de lado — para no confundirse en adelante — el concepto de la dependencia entre la *noción evidente* y los términos en que se anuncia; pero, en la explicación leibniziana, es evidente una exageración en el modo mismo de empezar á resolver el problema, inclinándose, desde el principio, á una solución unilateral. Fundar la fuerza de la *convicción* en la *inteligencia de los términos*, equivale á rehuir el problema en su verdadero terreno, transportándolo sin eficacia. El problema es, ante todo, *biológico:* si se trata de *fundar* la convicción, tomar por elemento principal la *inteligencia de los términos*, es suprimir (gracias á una unificación inhábil) toda la cuestión de la genealogía de la *tendencia*.

En esta averiguación, en que sólo es competente el psicólogo, está precisamente el *quaesitum*. Y si, por su ignorancia histórica, Locke se ha hecho acreedor á la lección de citas de Teófilo, desde otro punto de vista las palabras del «ilustre inglés» son duraderas. Este nuevo punto de vista es el genealógico. Las palabras de Locke pueden recordarse aquí brevemente: «Se ha supuesto que los axiomas

eran innatos, sin que nadie haya nunca tratado de hacer ver la *razón* y el *fundamento* de su extrema claridad.» — De todos modos, Teófilo era muy culto, y sus notas eruditas adquieren siempre relieve, al aplicarlas sistemáticamente en sus discusiones. El nos enseña que Proclo atribuye á Tales el proyecto de demostrar las proposiciones que se llaman evidentes; proyecto que tuvo también y *realizó* Apolonio. Teófilo cita también á dos de sus contemporáneos, representantes de tendencias opuestas: Roberwal y Arnauld, cuyas tendencias eran en uno, *reducir* á Euclides, y en otro *ampliarlo*. — Leibniz fué siempre partidario de reducir el número de axiomas, llegando, á ser posible, al postulado universal, de donde se divisa toda la ciencia: «Hace tiempo que he dicho, públicamente y en particular, que sería importante demostrar todos nuestros axiomas secundarios de que se sirve ordinariamente, reduciéndolos á los axiomas primitivos ó inmediatos é indemostrables, que son los que yo he llamado *los idénticos*. (*Nouveaux Essais*, 4.°, VII, § 1).

§ 122. La demostración es una vuelta del espíritu sobre sus imposiciones fundamentales, y una nota de la limitación para recibir simultáneamente muchas nociones. El prudente Locke aconsejaba que, «después que se ha meditado alguna cosa, se la pusiese inmediatamente en el papel, pues el espíritu no es capaz de retener claramente una larga serie de consecuencias, ni de ver la relación de cantidad de ideas diferentes.» (Coste, en su *Elogio de Locke*). Este precepto tiene su explicación en la estructura de nuestro entendimiento; pero, para que pueda dictarse un canon científico á propósito de las demostraciones, es preciso ante todo considerar el lado antropológico, prescindiendo de su aplicación á un quimérico *ars inveniendi*. En este sentido, la *simplicidad* de los términos aprovechados en la demostra-

ción, es un carácter impuesto á la demostración misma, la cual sólo puede existir en el espíritu á condición de ser *simple*. «In demostrationibus non plura contineri debent» (1).

CAPÍTULO IV

§ 123. El carácter de necesidad de los axiomas está en que, en ellos, nos acercamos al fondo más *impulsivo* de nuestras sensaciones. La evidencia depende de su fuerza proyectiva, comparable á un deseo. Axioma y deseo forman la trama de toda imagen. La visión pura y directa de los elementos fun-

---

(1) Wolf acompaña esas palabras de un amplio comentario pedagógico, de acuerdo en esto con su idea de una lógica que «dirija», es decir, de una disciplina práctica de la facultad cognoscitiva, encargada de la misma misión terapéutica que cumple la ética en la facultad apetitiva, acercándolo al bien y alejándolo del vicio. El total enunciado de lo que he llamado antes su postulado, y que él incluye en el lema *Demonstrationis materia*, es así: «In demonstrationibus non plura contineri debent quan quæ lectori antecedentium gnaro sufficiunt ad revocandum cetera in memoriam ad ratiocinia complenda requisita». Lo cual es en realidad nada más que un consejo á los maestros y directores de estudiantes que hacen sus primeras armas, por un hombre ejercitado y prudente.

El procedimiento es una selección parecida á la descrita en la teoría del silogismo; y la adaptación de esa selección á los fines propuestos intuitivamente, es lo que le da ese carácter de belleza ó de elegancia que no es raro oir adoptar á los geómetras. «In demostrationibus non plura contineri debent»... (Wolf, *Lógica*, disc. pral., § 123). Yo reduciría, pues, á estos sencillos términos el postulado de Wolf sobre las condiciones primeras de las demostraciones.

damentales de una *sensación*, produce la *evidencia*. La verdad sólo aparece en los dos extremos de la escala: y toda la Ciencia está comprendida entre estas dos evidencias.

§ 124. Hay un sentimiento de unión del espíritu con el símbolo que contempla. Este sentimiento puede recibir muchos nombres, pero sólo puede ser explicado por una comunidad de origen ó de naturaleza. Así, una definición de la Lógica como lazo de unión de todas las evidencias que dimanan de los símbolos, coincidiría con la definición de la filosofía como «ciencia donde se estudian todas las certezas» (1).

---

(1) Punto de combate: «Toute Inférence et, conséquemment toute preuve et toute découverte de vérités non évidentes de soi, consistent en inductions et en interprétations ó inductions» (Mill, I, 318).

Mill es un discípulo directo de Wolf — La Lógica como Ciencia de la Prueba, es la vuelta á la consideración del símbolo científico *ya formado*, estático. Mill es muy expresivo, y sobre su pensamiento pueden caber discusiones, pero no pueden caber dudas; el escritor da á su prosa un vigor y una precisión casi perfectos.

«La Logique n'observe pas, n'invente, ne découvre pas; elle juge.....» «La Logique est le juge commun et l'arbitre de toutes les recherches particulières. *Elle n'entreprend pas de trouver la preuve, mais elle décide si elle a été trouvée.*» «La Logique donc est la science des opérations intellectuelles qui servent à l'estimation de la preuve.....» Mill toma ya el símbolo constituído, sin preocuparse para nada de su historia, é intenta definirlo siempre prescindiendo de su genealogía. Es el mismo procedimiento de Wolf (que ya conocemos): en el discurso preliminar de su Lógica sienta claramente el concepto de Lógica como la Ciencia de las ciencias (concepto que agrada también á Mill) y reduce la Ciencia al arte y al hábito de la prueba.

«Per Scientiam hic intelligo habitum asserta demonstrandi, hoc est, ex principiis certis & immotis per legitimam consequentiam inferendi» (caput II, § 30).

Aun puede hallarse más notable la Analogía entre Mill

§ 125. Es instructivo observar que la misma exigencia que crea las demostraciones, produce en el espíritu la dirección contraria, de buscar incesantemente un problema («proposición *práctica*, susceptible de pruebas»). La persecución de esta *prueba*, para nociones que no pueden llegar á constituir símbolos, es lo que ha hecho la fortuna de muchas proposiciones, luego reconocidas falsas. Así es como la cuadratura del círculo tuvo sus antecedentes en el método geométrico de exhaustión.

En las limitaciones actuales con que un escritor tiene que plantear los problemas acerca de la genealogía de un conocimiento, pueden hacerse muchos esfuerzos con escasos resultados para exponer la trabazón de las inferencias, y la unidad de la investigación que anima cualquiera manifestación de un razonamiento humano. Pero nuestro método exige la afirmación previa de esa unidad, y la convicción de que una misma genealogía preside á cualquier ramo de imposiciones ó de símbolos, en cualquier

---

y Wolf (que nunca cita) recordando el concepto de Mill sobre el derecho de un autor á fijar los términos de la Ciencia que estudia, en el momento de empezar sus averiguaciones. El pasaje conocido de su introducción, es, como se recuerda: «La déf. de la Science logique que je vais présenter ne prétend rien de plus qu'exposer la question que je me suis posée à moi-même et que j'essaye de résoudre dans ce livre. Le lecteur est libre de ne pas l'accepter comme définition de la logique; mais, dans tous les cas, elle est la définition exacte du sujet de cet ouvrage....» «Je le fais en vertu du droit que je réclame pour tout auteur de donner par provision la définition qu'il lui plaît de son sujet» (págs. 2 y 3, t I).

Compárese con el pasaje en que Wolf comenta su propia definición:

«In discursu praeliminari fieri nequit, ut termini omnes sufficienter explicentur & singula sufficienter probentur asserta, ut leges methodi hic quoque tueamur, quantum licet. (Caput II, § 30. Disc prel.)

orden de posibilidades. Semejantes exigencias previas, en una filosofía general de las ciencias hasta ahora constituídas—según series evidentes—conducen á la admisión de un tipo de ciencia y de un tipo intelectual en posesión ya de la genealogía. Para este tipo de entendimiento, el conjunto de conocimientos posibles aparecería como un vasto sistema enteramente unificado, de tal modo que, con cualquier verdad particular, se llegaría á la serie máxima de manifestaciones dialécticas; y estas manifestaciones corresponden indistintamente á la experiencia que solemos llamar sensible, ó á la experiencia pura racional.—La naturaleza del descubrimiento, en la inferencia más fácil que pueda presentarse, escapará quizá siempre á todo analista de las operaciones aparentes del espíritu, hasta que no se esté en posesión de una sólida doctrina sobre la génesis de los símbolos y sobre su capacidad receptiva, una vez constituídos.

§ 126. La exposición de las fuerzas empleadas por el espíritu en la construcción de un símbolo (por ejemplo, el método, en una ciencia) y la relación inmediata de estas fuerzas á la genealogía: he ahí la Lógica. Así entendida, se convierte en una historia de las nociones, concepto que sustituye al de «arte de meditar, ó de razonar, ó de pensar», ó á los famosos «métodos de la prueba». Mejor dicho—con más exactitud—no puede hablarse de una lógica independiente de la *historia* de los símbolos. La misma crítica á que ha sido sometida la filosofía de la historia, en nuestro tiempo, espera aún á la lógica como «filosofía de la historia de los conceptos», y no como la historia misma (1).

(1) Esta noción histórica de la Lógica, va de acuerdo —y amplía—la noción de historia introducida en la especulación por Bacon. Modernamente, Wolfio es el autor

§ 127. Si la lógica es la historia de los símbolos creados por el espíritu, y la exposición de las leyes de su génesis y de su disolución, tiene un carácter esencialmente objetivo, como historia de los descubrimientos, y puede llegar á definirse como la ética de los descubrimientos mismos; pero, de por sí, no puede *enseñarnos* nada. La idea tradicional de una «dirección en el uso de la facultad cognoscitiva», ha hecho confundir con frecuencia la pedagogía y la medicina mental en el mismo capítulo que la ciencia lógica. De esta idea no se han librado los espíritus más independientes; y los reformadores de la lógica formal, como el instaurador de los cánones de la prueba, son, en este sentido, fieles á la tradición filosófica y al sentido wolfiano. La «lógica de la prueba» se presenta como una «dirección de la mente», y su mismo fundador hace referencia á ella. Mill es un psicólogo siempre, que no puede considerar las cuestiones científicas sino por relación al sujeto.—El mismo método que ha hecho construir la ética como «dirección de las costumbres» se ha aplicado á la lógica, constituyendo con

---

de la mejor definición que podría servir de lema á otro sujeto: «*Cognitio* eorum, quæ sunt atque fiunt, sive in mundo materiali, sive in substantiis immaterialibus accidant, *historica* a nobis appellatur.»

(Philosophia rationalis, sive Logica methodo scientifica pertractata et ad usum scientiarum atque vitæ aptata (ed. de Verona, MDCCXXXV, ex typ. Dionysii Ramanzini). (Discursus præliminaris, caput I, § 3).

Pero este concepto de la Lógica como historia, no la limita, sino que la autoriza para poner los *Desiderata* ó últimos problemas. Todo estriba, en el fondo, en el punto de partida, y precisamente de la *genealogía* postulamos. Así, pues, si hemos aceptado la definición de Wolffio de la historia, rechazamos el aforismo: «in muda facti notitia subsistit» (§ 7), en que funda principalmente la diferencia entre el conocimiento histórico y el filosófico.

ambas una especie de filosofía *práctica* ó pedagogía ó medicina mental y moral. El razonamiento común á todos los escritores, aun los más independientes, ha sido, casi siempre, la consideración de las dos facultades cognoscitiva y apetitiva, el agotamiento de la Ciencia teórica de esas facultades en el estudio de la psicología, y la necesidad de constituir dos ciencias prácticas—la lógica y la ética—capaces de responder á la cuestión del *uso* de tales facultades del espíritu. Admitidas, además—como prolongación del dualismo—dos tendencias en cada una de tales facultades, se da á la Lógica la misión de conducir al entendimiento siempre hacia la verdad—evitando el error—así como á la Etica se le da por misión correspondiente guiar á la voluntad ó á los apetitos hacia lo que es bueno huyendo de lo malo (1).

§ 128. En los momentos más afortunados de la especulación, la filosofía ha acabado por ser una *ética*. Todas nuestras ideas proceden de las cosas. pero es porque, previamente, las cosas están hechas con nuestras ideas, unidas y vivificadas por el afecto. El afecto hace plásticas las ideas, y les da un puesto en el espacio. El afecto da el *tono* á los objetos, y por ese tono perduran y los reconoce el espíritu como hechos exteriores y como substancias participantes de la naturaleza propia del juicio.

---

(1) «Ea philosophiæ pars, quæ usum facultatis cognoscitivæ in cognescenda veritate ac vitando errore tradit, Logica dicitur.» «Ea vero philosophiæ pars, quæ usum facultatis appetitivæ in eligendo bono & fugiendo malo inculcat, *philosophia practica* dicitur» (Wolf, § 61 y 62 del Disc. prael.)

A las cuestiones sobre el carácter puramente pedagógico de la Lógica se refieren las cuestiones (ya pasadas) de la prioridad de su conocimiento:

Si philosophiæ cum fructu operam navare decreveris, ogica primo omnium loco pertractando (Wolf, § 88).

En su práctica, el hombre es casi siempre un espíritu curioso que sale á reconocer sus propias obras. Un instinto nos guía constantemente. Sólo aproximadamente, y para los efectos más inmediatos de lo que suele llamarse «vida práctica», el eudemonismo puede justificarse. Pero, *en lógica*, es absurdo sostener lo que jamás ha podido probarse: el espíritu busca las huellas de su obra, al descender á las cosas, y en este sentido se dice que busca ser feliz.

§ 129. No hay ecuación en las proposiciones lógicas: los atributos no suman el sujeto, ni éste es la ecuación entre él mismo y sus atributos. La ecuación sólo puede establecerse en la *completa* percepción donde los elementos lógicos de las expresiones forman la síntesis afectiva. La Ciencia no puede cuantificar sus objetos, porque el paso de lo general á lo particular es una petición de principio, y también el paso de lo particular á lo general. El postulado fundamental de la moderna analítica: «enunciar explícitamente en el lenguaje todo lo que está contenido implícitamente en el pensamiento», es un postulado irrealizable; la crítica sorprende en él muchos más puntos de ataque que en el postulado de Euclides. Y una Crítica de la Lógica, como la crítica de la geometría, debe partir de este punto de divergencia.

§ 130. El rudo golpe que el intuicionismo rígido kantiano ha recibido desde los primeros ensayos de geometría no euclideana, se ha recrudecido con los descubrimientos en lógica. El descubrimiento, sobre todo, de la posibilidad de axiomas de un orden especial, diferente del que conocemos, haría dudar de que la «forma á priori de la sensibilidad» no fuese más que un resultado adquirido por la experiencia, y deducido de otros apriorismos más generales. Esta objeción á la fórmula kantiana viene

formalizada, especialmente, desde los estudios de Helmholtz, hechos sobre las meditaciones decisivas de Beltrami acerca de la pseudoesfera.

No puede hablarse de un dualismo entre *experiencia* é *intuición*. En el fondo, Helmholtz es un kantiano extremado, que trata de acomodar los progresos científicos á una nueva teoría de la percepción, ideada con el deliberado objeto de salvar—*coûte que coûte*—la «cópula» entre el mundo exterior y el interior.

§ 131. La palabra y el concepto de *apariencia*, aplicados á la sensación (al fenómeno), y, en general, al *bipolare phœnomenon* del conocimiento, son insostenibles. La sensación, en su íntima *esencia aparente*, es el númeno. Para hablar de apariencias nos falta el término de comparación.

§ 132. El término *sensación* es equivalente del término *idea*, como expresiones mentales de un mismo fenómeno, regido por una ley constante; pero su identificación no conducirá nunca á la síntesis científica por todos deseada, si el criterio con que se hace tal identificación es psicológico. La sensación, como síntesis, tiene sus *elementos predecesores;* en cuanto á la *idea*, debe renunciarse á continuar considerándola como una sensación transformada, en el sentido de la escuela empírica ó como una sensación *informada*, en el sentido de Whewell y de la escuela inglesa.

Referir un término á otro no equivale precisamente á explicarlos; pues el *curriculus* es inevitable: el que explica la *sensación* por la *idea*, acabada la labor se creerá autorizado á explicar la idea por la sensación. Tal ha sido la obra de los psicólogos.

Una síntesis científica exige una génesis independiente de los principios mismos que se estudian.

Capítulo V

§ 133. La condición esencial de la percepción es la síntesis (intelectual y afectiva). La *emoción* que estudia el psicólogo, se diferencia tanto de la emoción-tipo (la que produce ó proyecta en el espacio un objeto sensible) como la pasión de la emoción. Esa síntesis de la geometría, la óptica, etc., con el *afecto*, es lo que el genio antiguo expresaba diciendo que el mundo sensible es la confusión de las ideas, la mezcla de los géneros, la coexistencia de los contrarios. Sin embargo, es una «confusión» *ordenada*, y siempre *relativa*: es lo que constantemente objetará el platonismo á los cínicos, que niegan el juicio mismo según el cual se aproximan dos conceptos. Para Antístenes, *todo* es irreductible y contradictorio.

§ 134. Es muy instructivo observar que, aun los defensores del origen empírico de la noción matemática, reconocen la distancia que media entre esta noción y los *datos* conocidos en la experiencia. La abstracción y la generalización añaden mucho á la experiencia, la modifican, la diferencian ó la integran. ¿Cómo se compaginan tales transformaciones con la idea misma que generalmente se tiene de la abstracción? Aun los escritores más imparciales en este punto, sostienen que las ideas no cambian de comprehensión. De todos modos, es un *hecho*, que se presenta con todas las garantías de seguridad, que los «objetos exteriores» no reproducen la geometría de nuestras usuales definiciones. El problema del conocimiento es, pues, este: ¿en qué virtud se produce esa discrepancia, y cómo se explica? Los *objetos* están *hechos* según geometría, pero la geo-

metría está modificada por las «leyes del deseo». Toda Ciencia tiene que ser matemática y *algo más que matemática*.

§ 135. La Ciencia no puede convertirse en una tautología, buscando demostraciones para las últimas evidencias: — como su fin no es otro que provocar nuevas imposiciones en el espíritu, los símbolos últimos del conocimiento, los más generales, deberán ser tomados como puntos iniciales. — Pero puede y debe aspirar á la reconstrucción de la genealogía de un conocimiento, desde el punto de vista de los intereses más directos del alma. En este sentido, no puede aceptarse la discusión con el que empieza dudando del carácter *independiente* de los primeros principios (1).

---

(1) I. Que el concepto de axioma debe darse, inseparable de su condición de indemostrabilidad.—Esta condición ha sido siempre el canon en toda Lógica tradicional, y á este canon se debe tal vez únicamente el no haberse constituído aún una doctrina del axioma. «Propositio theoretica indemonstrabilis dicitur Axioma.» (Wolf, *Lógica*, § 267).

El primer esfuerzo del crítico es, pues, reducir el examen del axioma al criterio de un *símbolo* de conocimiento, y trazar su genealogía.

El criterio que rompe con la pretendida *estabilidad* del axioma, es precisamente que, en su condición de símbolo, está sujeto á la «disolución».

El mismo criterio rige en el concepto de *postulado*. (Propositio practica indemonstrabilis vocatur *Postulatum*.—(Wolf, § 269) (*).

(*) La distinción entre proposición teórica y práctica (que es una distinción más ingeniosa que sólida ó absolutamente necesaria) está expuesta por Wolf con su habitual claridad, en el capítulo *De divisione propositionum in Mathesi usitata* (§ 266, y sig.):

Propositio dicitur theoretica, in qua aliquid, quod subjecto inest vel adest, de eodem affirmatur, vel negatur. Practica vero est propositio qua aliqui fieri posse affirmatur, vel fieri debere postulatur.

El criterio para clasificar luego tales proposiciones teóricas y prácticas, es el de su demostración: una proposición del primer grupo, que se demuestra, se llama teorema; del segundo grupo,

§ 136. Esta independencia debe ser tal, que quede excluído el concepto de demostración. «La *imposibilidad* de demostrar un axioma, no procede sino del

---

II. Del carácter *independiente* de los axiomas ó máximas:

1.° Su independencia en el aspecto ético ó pedagógico. (Principio utilitario que guiaba, ante todo, á Locke en el cap. VII del lib. IV de su Ensayo) (*). – Esto parte del error más general de considerar la demostración en uno solo de sus aspectos, olvidando su carácter de «trayecto de imposiciones» y «cadena de símbolos».

2.° Su independencia en el aspecto histórico (la famosa pauta de adquisición de los conocimientos); frase de Leibniz.—*N. E.* 4.° VII, 9.

3.° En su mismo aspecto genealógico (com. de la frase de Leibniz). (Máxima de la Escuela: Ex praecognitis et praeconcessis). Empieza la discusión del valor práctico del axioma, precisamente por su carácter *absolutamente* dialéctico.

III. De cómo el axioma se liga á la praxis.

Del carácter ordenativo del axioma.—Aplicación de la regla sobre la indicación, de Mill (reducida á un silogismo en que la mayor es la constancia de las leyes naturales) á la teoría del axioma (el axioma, partiendo de la *mayor*, de un carácter ético: deber creer, ó *cree!*, *¡adhiere!)*

IV. La genealogía del axioma, inseparable de esta finalidad práctica que le trazamos. El axioma, como el lazo de unión de logos y praxis.

Una primera genealogía que hay que descartar: la es-

problema.(§ 275-276).Propositio theoretica demonstrativa vocatur *theorema*. Propositio practica demonstrativa dicitur *Problema*). Sobre el significado de esta palabra, establece una distinción radical entre lo que debe significar en el lenguaje del analista y del filósofo,.y lo que significa para el vulgo. *Problema* es, para él, la proposición que espera demostración: en este sentido la hemos empleado y la emplearemos casi siempre en este libro. Wolf aquí rompe no sólo con el vulgo, sino con la tradición filosófica, y su lenguaje es aquí también enérgico y vigoroso: «Vulgo cum *Aristotelicis* problema appellatur propositio inevidens, de qua in utramque contradictionis partem cum aliqua veritatis specie disputari potest. *Sed nobis cum isto significatu nihil est negotii.*» (§ 276, com. final).

(*) Á Locke, ante todo, le interesa resolver la cuestión: ¿De qué uso son estas máximas?

exceso de demostraciones». En una serie de teoremas — dispuestos según un orden jerárquico, con relación á un axioma — el ordenamiento general de las proposiciones y de sus demostraciones elementales, nos aparece como un orden de coexistencias y sucesiones realizadas. Este orden está condicionado, á su vez, por otro encadenamiento de coexistencias y sucesiones—dependientes de otro axioma. A su vez, el orden establecido es el punto de partida de una serie de posibilidades, en número indefinido.

Ahora bien: en esa *jerarquía* de nuestros teoremas, condicionados directamente por el axioma del cual todos dependen — las proposiciones pueden considerarse como atributos de un sujeto ideal ó lógico, comprendido en ellas. Se trata de determinar ese sujeto.

Este sujeto no puede ser el teorema ni el axioma. La *jerarquía*, en la serie, depende, pues, de un sujeto que no está sino potencialmente en ella. Este sujeto es la *relación misma* que sostiene el orden presente (condicionado) con el condicionante ó *pasado*, y con el *posible*.

El atributo esencial de ese sujeto resulta de la *cópula* entre el axioma y el teorema.

---

cuela empírica—didáctica — utilitaria (*). (El axioma, hijo de la disputa; hijo de la *enseñanza* de la ciencia). —El tema no pierde su actualidad, porque en sí encierra el porvenir de la Ciencia: (El vol. de Voltaire, el sabio Causabon, de que habla Leibniz en los *Nuevos Ensayos*; el escritor moderno de la bancarrota, los pesimistas intelectuales: Hume, Kant, Hamilton, Spencer).

(*) Pourvenir donc à l'usage qu'on fait de ces axiomes: premièrement, elles peuvent servir dans la méthode que'on emploie ordinairement pour enseigner les sciences, jusqu'où elles ont été avancées; mais elles ne servent que fort peu, ou rien du tout pour porter les sciences plus avant.

En second lieu, elles peuvent servir dans les disputes pour fermer la bouche à des chicaneurs opiniâtres. (Locke, cap. VII, § 11, III).

§ 137. Dos limitaciones se presentan al fijar el concepto de axioma:

1.ª Ante todo, se trata de proposiciones *científicas* ó lógicas, y el juicio en que se resumen no se refiere ya sólo á la existencia, sino, sobre todo, á la relación.

2.ª No se refieren al *modo* de estar unidas las nociones, sino á la adhesión final que yo les doy.

Por la primera limitación, resultan excluídas las evidencias particulares. El axioma, ante todo, es *ley formativa*, síntesis de imposiciones. Nunca razonaba con más seguridad Teófilo contra el devoto expositor de Locke, como cuando rechazaba, en nombre de este principio fundamental, las extrañas ocurrencias que el autor del *Ensayo* ha dejado escritas sobre el carácter axiomático de las relaciones de objetos (1).

A esta misma categoría de *exclusiones* de la noción de axioma debe referirse la discusión sobre el principio del método, en los comentadores de Descartes. Es muy instructivo seguir esta discusión, en los escritores que mejor la sostienen, precisamente para ver los *límites* del símbolo que estudiamos. Los escritores que han probado á ilustrar la opinión en este asunto, pueden distinguirse en dos sectas, según que han considerado el *yo existo* como una proposición de primera evidencia, ó como una proposición demostrable. Pero, en el fondo, convienen en reconocer la proposición en debate como *axiomática*. Las cuestiones especulativas que se suscitan son, para nuestro objeto, absolutamente faltas de interés, pues, según los preliminares expuestos, el *yo existo*, como proposición sintética de los conceptos de existencia y de pensamiento, está fuera

(1) Recuérdese el ejemplo de los dedos de la mano, (lib. IV, ch. VII, § 6).

de la idea de axioma. Pero la discusión de los adversarios no carece por esto menos de interés, pues su actualidad no la ha perdido, desde los tiempos de Wolf y de Leibniz.

El que cree hallar razonamientos tales, que de ellos deriva la conclusión: *yo existo*, argumenta, implícitamente, así: *a*, yo existo es un axioma; *b*, yo existo es demostrable; *c*, algún axioma es demostrable.

El mayor esfuerzo en favor de *b*, lo ha hecho Cristian Wolf, en su *Psicología empírica* (I parte, §11-16), fundándose sobre todo en la doble percepción, exterior é interior, de los acontecimientos. Pero *b* permanece siempre, en sus términos propios, un misterio; y Leibniz ha cerrado el debate cuando, colocando á su Teófilo en un punto de vista ultradialéctico, le ha hecho decir con gran fogosidad y elocuencia: No hay más que Dios que vea cómo los dos términos, *yo* y *existencia*, están unidos: es decir, por qué yo existo.

Precisamente esta posición ultradialéctica comprueba nuestra *segunda limitación*. El axioma no puede nunca referirse más que á aquellas proposiciones en que conserva su naturaleza de ley formativa de nuevos símbolos. Y esto, porque, de no ser así, cada percepción, y cada comprobación de existencia ó de modalidad entraría en el concepto de máxima. Y nuestra vida sería axiomática, y no práctica.

Los axiomas no pueden considerarse agotados, ni completamente dotados de la *selfévidence* en el sentido de Locke, sino más bien en este otro sentido: son susceptibles de demostrarse indefinidamente.

§ 138. La *receptividad* de la experiencia para todas las fórmulas, es—prácticamente—ilimitada. Tomad un hecho sencillo: mil explicaciones le convienen, por contradictorias que en sí sean. A un hecho

histórico podríais aplicarle con igual éxito, y con más ó menos precisión, la teleología Kantiana, el esteticismo de Schiller, el iluminismo de Schleiermacher y la ley de los tres estados. Si os empeñáis, de todos los *hechos* podéis hacer precisamente lo que no son: cosas sujetas á vuestras leyes lógicas. «Destino, naturaleza y providencia» les convendrán; y la antítesis, la tesis y la solución dialéctica, si os empeñáis, serán para un hecho su camisa de fuerza. — Difícilmente podrán citarse pruebas de audacia más insensata que la de los positivistas ó dogmáticos del «cómo». Pero es aún más temeridad la de aquellas dos generaciones de especuladores, que se extendieron por Inglaterra, y luego por Alemania, trazando límites al devenir humano, y poniendo la relatividad del conocimiento no en el *objeto mismo*, sino en cuanto se relaciona con el sujeto, y aun en el sujeto solo. Esta fué la consecuencia más aparatosa del dualismo aristotélico-escolástico. Los últimos representantes de tal tendencia fueron así los últimos brotes del escolasticismo, y Kant el más grande de todos.

Los esfuerzos para hacer de la Lógica, como de la matemática, una ciencia *à posteriori* (Harms, Erdmann, Dilthey, Palackye, Masaryk) deben ceder, aun en nuestros días, ante aquel principio de toda enciclopedia ó síntesis digna de este nombre: «non in dialectica complacuit Deo salvum facere populum suum». La certeza apodíctica de estas ciencias se deduce necesariamente de las relaciones del espíritu consigo mismo. Son su producto: las impone *à priori*. Pero reducir únicamente á esta consideración las matemáticas, es caer en un pesimismo injusto contra los demás productos del espíritu. En la intensidad y claridad de las concepciones espirituales está el grado de verdad; y, en este sentido, puede sostenerse sólo una matematización de los

conocimientos; pero de ningún modo en el «rigorismo de línea y dimensión», que tiranice la espontaneidad.

El espíritu *proponente* rompe contra estos tres fundamentos «lógicos», que no son sino reglas de pedagogía ó disciplinas terapéuticas para entendimientos necesitados: 1.ª In philosophia non utendum est principiis nisi sufficienter probatis. 2.ª In philosophia propositio nulla admittenda, nisi quæ ex principiis sufficienter probatis legitime deducitur. 3.ª In philosophia termini, qui ingrediuntur definitiones sequentes, explicari debent per antecedentes. (Wolf, *Lógica*, Disc. prael. § 117-119).—El establecimiento de los símbolos está en *faltar*, precisamente, á tales reglas. Por lo demás, la conocida argumentación en que se fundan, envuelve una petición de principio. Se razona así: «la filosofía es ciencia de las evidencias: luego, debe laborar sólo con evidencias». El error de tal método de parálisis estriba en no considerar nunca la *evidencia en proceso*, es decir, el símbolo en el momento en que sufre las nuevas imposiciones, cuyo carácter es, precisamente, la espontaneidad, es decir:

1.º No estar probado.
2.º Ser, por sí mismo, una inferencia.
3.º No reconocer antecedente, sino en el fondo común de la *posibilidad*.

Definida la experiencia como unidad del pensamiento y del ser, para poder afirmar que una cosa existe es preciso seguir el proceso por el cual la aprehendemos.

Si yo quiero definir el individuo, necesito poner el *carácter*, continuándolo en las *partes* de ese mismo individuo. Veronese, en su definición de la igualdad, que tanto maravillaba á Cantor, da una prueba de alta franqueza investigativa: «Dos números cuyas unidades se corresponden uniformemente, y en el

mismo orden, y tales que uno no es una parte del otro, y no es igual á una parte del otro, son iguales.» La objeción de Cantor se funda en el círculo vicioso que nadie evitará jamás, y del que la Escuela había querido librarse, imponiendo la regla de que lo definido no debe entrar en la definición. Cantor escribe: «esta definición de la igualdad, abstracción hecha de su arbitrariedad, supone una definición de la igualdad, para la cual debemos aún saber lo que es igual y lo que no lo es, y así sucesivamente...»— La más completa ó complicada de nuestras percepciones nos aparece así siempre con el carácter de una oposición entre lo realmente contenido en ellas y el modo de expresión.

§ 139. La investigación filosófica resulta así independiente de toda *definición*, en el sentido lógico de connotación de nociones, y de toda *demostración*, en el sentido de la Escuela ó del Nuevo Organo.

No ajustes nunca la habilidad con el Ideal á que quieres dar forma. Entre la habilidad y el Ideal debe haber la relación de subordinación. El Ideal debe exceder á la capacidad para expresarlo, de modo que, en la forma expresiva más *completa*, se vea siempre lo inédito.

Obra de modo que los fines superen á los medios y la Intención á todos los fines. Que en todos tus actos se vea siempre lo inédito y la desproporción.

§ 140. La Ciencia, por su carácter impositivo, es un continuo triunfo sobre la opinión. El *método* es la síntesis de símbolos prácticos, con los cuales trabaja el juicio de imposición. La introducción de un nuevo método, su evolución y su disolución, son comparables á las de un *signo*. Arquímedes se vale del método de exhaustión, creado por la necesidad de resolver el problema de la cuadratura de una curva y el de la relación de la circunferencia al diámetro, por aproximaciones. La génesis de tal mé-

todo se halla contenida en esta imposición preliminar de las aproximaciones. Lo aproximativo engendra la exhaustión, sin interrumpir su *esencia*. Y, sin interrumpirse tampoco, se convertirá en el método infinitesimal de los modernos.

La condición misma de subsistencia del método deriva del carácter del símbolo práctico de ser sometido á varias imposiciones preliminares. El contacto de un *concepto* con un *símbolo* constituye toda la genealogía del método. Así, la tangente fué sometida por los modernos á contactos con un concepto mecánico, genético, analítico: reducción á una secante, cuyos puntos están reunidos en uno solo (Descartes); prolongación de uno de los lados infinitamente pequeños de la curva (Barrow); dirección del movimiento, por el cual la curva puede ser descrita (Roberval). De estos tres métodos se pasa tan naturalmente al cálculo diferencial, que no es extraño que Lagrange, D'Alembert, Poisson, etc., hayan sostenido la prioridad de Fermat sobre Leibniz. Una vez en posesión del método, ya ningún esfuerzo podría intentarse que superara en mérito al de los primeros analistas. Toda la matemática dependerá de él, y Leibniz escribirá en la *Teodicea:* «En matemáticas, cuando no hay máximos ni mínimos, todo se hace igualmente, ó no se hace de ningún modo». *(1.ª parte,* § 8).

Muchos símbolos prácticos parecen dotados de inmortalidad, en este sentido. Muchos símbolos de la geometría griega tienen así su auge en los tiempos modernos:—la conchoide, empleada por Newton en las ecuaciones de tercer grado; la cuadratriz de Dinóstrato, estudiada por Juan Bernouilli; el problema de Tolomeo, sobre el producto de las diagonales de un cuadrilátero inscrito en un círculo, en el que Carnot fundará toda la trigonometría rectilínea.—Por eso es una tesis histórica que siempre tendrá

gran fortuna la de buscar antecedentes de los descubrimientos modernos en los métodos de los antiguos geómetras: así lo hacía Chasles en la primera mitad del siglo XIX, remontando la idea de la geometría analítica á los porismas de Euclides y la geometría descriptiva á las obras de Pappus (1).

A una primera y rápida observación, parece desde luego excluída la causación, en la geneología de los conocimientos deductivos. En el caso más favorable de una objetivación completa de las series lógicas, dotándolas de una especie de actividad creadora en virtud de la cual los signos y las imposiciones surgen espontáneamente, ó, mejor, *directamente*, de la posibilidad, ó bien de una determinación incondicionada de la posibilidad, parece que debería aplicarse la ley de causación, pues están implicados en la hipótesis los conceptos de antecedente y consiguiente. Mediante este razonamiento elemental, podría tenderse á aplicar las leyes universales de la inferencia. En este sentido puede decirse que el progreso de una ciencia depende de la fijeza de sus símbolos y de la capacidad receptiva de éstos. La historia de la geometría parece reducirse á esto, y á la conversión de los símbolos á algunos tipos fundamentales. Las *desarrolladas* de Huygens, las cáusticas de Tschirnhausen, son ejemplos famosos y familiares, á los que conviene añadir el problema de la rectificación de una curva, el de la descripción de las cónicas por medio de sus focos y el de la reducción de las curvas *geométricas* á fórmulas fundamentales, luego *impuestas* á toda una familia de curvas.

Por una de las disposiciones más felices de nuestro espíritu, los errores capitales no son nunca tan

---

(1) *Aperçu historique*, etc. (Bruxelles, 1837, c. I, página 26).

graves porque todos se refieren, inmediatamente, á los signos próximos ó prácticos con que el hombre trabaja (*com 2 natio* y *com 3 natio*, de Leibniz); de modo que las grandes aberraciones se han referido siempre á la *envoltura* de la Ciencia. El principio mismo de ésta permanece casi siempre intacto, y así se explica el parentesco que liga todos los sistemas.

Las cosas no son sino grandes pretextos para elevarnos al Conocimiento. Lo *absoluto* de un símbolo, en el sentido de «perfecto, acabado», cae dentro de la posibilidad, *antes de toda determinación.* El debate promovido por Hamilton, al insistir sobre la oposición de infinito y de absoluto, desaparece. Lo absoluto (en los dos sentidos en que puede tomarse: 1.°, libre ó sin lazo; 2.°, perfecto, acabado) es siempre un hecho de *génesis*, asimilable al infinito. Si alguna diferencia puede establecerse, se referiría sólo á dos *momentos genéticos:* lo Absoluto es la posibilidad, al empezar á determinarse (1).

(1) Se recuerda la lealtad con que Mill procedió en este caso, suprimiendo en la 3.ª ed. de su obra sobre Hamilton toda la crítica relativa al *segundo sentido* de la *voz absoluto;* pero aquí, tal lealtad no siempre ha correspondido á una aprehensión propia del argumento (tr. Cazelles, p. 47).

FIN DEL TOMO PRIMERO



Diego Ruiz

GENEALOGÍA DE LOS SÍMBOLOS

TOMO II

DOS TOMOS — Ptas. 0'75 cada uno

Editores – HENRICH Y C.ía – Barcelona

HENRICH Y C.ª — EDITORES — BARCELONA

OBRAS PUBLICADAS Y EN PUBLICACIÓN

Biblioteca Ilustrada de Novelistas Contemporáneos

	Autores	Ilustración de
INSOLACIÓN. . . (3.ª edición)	E. PARDO BAZÁN	J. CUCHY
MORRIÑA . . . . (3.ª edición)	E. PARDO BAZÁN	J. CABRINETY
LA HONRADA (agotada)	J. OCTAVIO PICÓN	J. L. PELLICER y J. CUCHY
LA ESPUMA. . . . . (2 tomos)	A. PALACIO VALDÉS	M. ALCÁZAR y J. CUCHY
AL PRIMER VUELO (Ag.) (2 t.)	J. M.ª DE PEREDA	APELES MESTRES
LAS PERSONAS DECENTES. .	ENRIQUE GASPAR	P. ERIZ
LA HEMBRA *(agotada)*.	F. TUSQUETS	P. ERIZ
EL PADRE NUESTRO	F. TUSQUETS	P. ERIZ
EN ROMA	ANDRÉS MELLADO	R. DE VILLODAS
CUENTOS ILUSTRADOS (1 t.).	NILO M.ª FABRA	Reputados artistas.

Cada tomo en rústica, 4 ptas. — En tela, 5 ptas.

MISTERIOS DE LA LOCURA (Novela científica), por el Dr. D. JUAN GINÉ Y PARTAGÁS. — Ilustración de P. ERIZ. Un tomo en rústica, 5 ptas

Biblioteca de Novelistas del Siglo XX

Novelas publicadas:

AMOR Y PEDAGOGÍA . . . . MIGUEL DE UNAMUNO
LA VOLUNTAD . . . . J. MARTÍNEZ RUIZ
LA DICTADORA . . . . ANTONIO ZOZAYA
GUZMÁN EL MALO . . . . TIMOTEO ORBE
LA JUNCALERA . . . . DIONISIO PÉREZ
REPOSO . . . . RAFAEL ALTAMIRA
EL MAYORAZGO DE LABRAZ . . . . . PÍO BAROJA
A FUEGO LENTO. . . . . EMILIO BOBADILLA *(Fray Candil)*
GANARÁS EL PAN... *(1.er premio del Concurso)* . . . . PEDRO MATA
MIGUELÓN *(2.º premio del Concurso)* . . . . . MARIANO TURMO BASELGA
CUARTEL DE INVÁLIDOS *(3.er premio del Concurso)*. R. PAMPLONÁ ESCUDERO
DOÑA ABULIA. . . . . RICARDO CARRERAS
LA HUMILDE VERDAD. . . . . GREGORIO MARTÍNEZ SIERRA

En prensa:

EMPRENDAMOS NUEVA VIDA . . . . . MAGDALENA DE SANTIAGO-FUENTES

En preparación:

MARÍN DE ABREDA. . . . . J. MENÉNDEZ AGUSTY
VOCACIÓN *(Recomendadas por el Jurado)*. JOSÉ SEGARRA
ÑANN. . . . . J. BETANCORT *(Angel Guerra)*

Cada volumen en rústica, 3 pesetas.

Biblioteca de Escritores Contemporáneos

Obras publicadas:

LA LITERATURA DEL DÍA. . . . . . . URBANO GONZÁLEZ SERRANO
AL TRAVÉS DE MIS NERVIOS . . . . . EMILIO BOBADILLA *(Fray Candil)*
PSICOLOGÍA Y LITERATURA. . . . . . RAFAEL ALTAMIRA
LETRAS É IDEAS. . . . . E. GÓMEZ DE BAQUERO

En prensa:

EL HISTRIONISMO ESPAÑOL. . . . . . ELOY LUIS ANDRÉ.
CRÍTICA MILITANTE. . . . . RAMIRO DE MAEZTU
LA FILOSOFIA DE LEOPOLDO ALAS *(Clarín)* ADOLFO POSADA
APUNTES Y PARECERES . . . . R. D. PERÉS.

Cada tomo en rústica, 3 pesetas.

GENEALOGÍA DE LOS SÍMBOLOS

BIBLIOTECA SOCIOLÓGICA INTERNACIONAL

DIEGO RUIZ

DOCTOR DE LA UNIVERSIDAD DE BOLONIA

GENEALOGÍA DE LOS SÍMBOLOS

(PRINCIPIOS DE UNA CIENCIA DEDUCTIVA)

Tomo II

BARCELONA.—1905

Imprenta de Henrich y Comp.ª en C.—Editores

Córcega, 348

LIBRO II

> Harmonia est relatio figurativa seu qualitativa.
> (Kepler, *Harmonices mundi*, libro IV, cap. I.)

PARTE PRIMERA

Elevación al Conocimiento

CAPÍTULO PRIMERO

I

§ 141. En su marcha para encontrar un punto fijo en que apoyar las demostraciones, el espíritu construye, para cada época, algunos símbolos. El espíritu construye un símbolo *ad demostrandum*, por una ley genética muy semejante á la que preside los contactos de las imposiciones.

En todos los tratados se admite dos métodos de demostración: 1.ª, directa (demonstratio ostensiva sive directa).—2.ª, indirecta ó *ad absurdum* (demonstratio apagogica seu indirecta, deductio ad absurdum). El primer problema que se presenta al analista es reducir á un solo término ambos méto-

dos didácticos. En posesión de la «razón suficiente» de estos métodos, se estará en condiciones de poder investigar el fundamento mismo de la *demostración*.

Y, ante todo, tanto la demostración directa, como la indirecta, se fundan en varios artificios, hábilmente escogidos, para hacer clara la visión de una concordancia ó conveniencia entre el sujeto y su atributo ó, en el tecnicismo admitido, entre un *símbolo* y una *imposición*.

La demostración es, pues, un recurso del espíritu para hacer entrar en la reflexión lo que ve claramente y á una primera mirada el espíritu proponente. La primera actitud del entendimiento delante del contacto de un símbolo con una imposición, es la de una crítica instintiva. Esta actitud es natural á cualquiera especulación en el orden estrictamente dialéctico, pues nuestro espíritu es, ante todo, *práctico;* y la razón de su existencia consiste en construir, por síntesis capaces de ser proyectadas en unión con el afecto. El objeto de la demostración es, casi siempre, simplificar de tal modo la visión del contacto entre un símbolo y una imposición, que se aproxime todo lo posible á una reducción á la unidad; de aquí se parte, para sucesivas concesiones. En la reducción *ad absurdum* se parte, en cambio, del hecho brutal del contacto, haciendo ver que—aunque parezca inconcebible—*no lo es*. El espíritu, sacudido por la necesidad de detenerse delante de las consecuencias, abandona todo problema.

§ 142. La genealogía de un símbolo es tan importante para el porvenir de los descubrimientos, que hasta puede decirse que la representación *material* influye en las sucesivas imposiciones. En este sentido, puede considerarse como un adelanto decisivo la reforma de los ábacos por la introducción del *cálculo en líneas*, obra de los escritores de Alemania Inglaterra y Francia, á mediados del siglo XV. Igual,

observación puede hacerse con respecto á la geometría analítica, que vino á simplificar las figuras geométricas existentes.

El carácter perpetuo de algunos símbolos explica su evolución. En este sentido, Stifel y Neper me han aparecido siempre como los dos grandes aritméticos que, á la distancia de los años, se adivinan y se completan. La complicación extraordinaria de las combinaciones numéricas en la *Aritmética integra*, exige la síntesis de los números en un símbolo. Sereno de Antissa llegó, en sus secciones cónicas, á una nueva *imposición* en la sección del cono, considerando un triángulo plano que pasa por el vértice; condición no considerada antes de él. De lo cual se sirvió para muchos teoremas, que luego pasaron á manos de sus sucesores.

Este mismo carácter de perpetuidad puede mostrarse aún en aquellos problemas en que el espíritu *proponente* se muestra superior á la expresión práctica. En casos así, se verifica el tránsito de un símbolo á otro, y aparece un nuevo problema. La cuadratura del círculo nace ya en el papiro de Ahmes y la conocen los matemáticos de Oriente; el primer griego que tuvo conocimiento de ella, la transmite á los pitagóricos; por Aristóteles pasa á toda la Edad Media, á los árabes, á los matemáticos italianos. Leonardo da Vinci dará tres soluciones. *Pero* en el siglo XVI empiezan las protestas de cuadrar el círculo, y aparece la *ciclometría* con Richter y Scaligero.

§ 143. Cada progreso científico representa una mayor posibilidad de relaciones, y un aumento en la capacidad del espíritu para imponerlas.

I. La aplicación del cálculo á la geometría no ha producido sólo la reducción ó unificación de métodos, sino la extensión de relaciones. Así, esta aplicación ha producido la extensión de la geometría

al concepto de *simetría* y de *signo* (como en el caso de la hipérbole). Con una misma ecuación, el analista expresa dos curvas y sus posibles transformaciones. Se recuerda el procedimiento para la hipérbole y la elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1.$$

Esta ecuación fundamental da para la elipse $a > c$ y para la hipérbole $a < c$. Si, para la diferencia $a^2 - c^2$, encontramos una cantidad y signos que la determinan, en una sola fórmula tendremos la expresión de las dos curvas: esa cantidad es b^2, con signo positivo ó negativo según la relación de magnitud en que se halle c respecto de a. Luego:

$$\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Si hacemos $a = b$, la elipse se convirte en un círculo: sus dos focos coinciden en el centro: la hipérbole es equilátera. El mismo caso se verifica para la elipsoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

y la hiperboloide:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b} - \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Del plano puede pasarse al espacio, y viceversa. En la ecuación del elipsoide, hagamos $z = f$ y tenemos: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, que es la fórmula de la elipse. Si $a = b = c$, el elipsoide se transforma en una esfera: si $a = b$, el elipsoide se llama redondo ó de revolución.

En el hiperboloide de la fórmula

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

se trata, siempre, de *imponer* á la fórmula los cambios y de comprobar *experimentalmente* los resultados. Puede procederse así:

1.° *Cambios en las letras*. a = b. (El hiperboloide estudiado se transforma en otro redondo ó de revolución).

b = c. (hiperboloide redondo).

2.° *Cambios de signos*. Haciendo el miembro $\frac{z^2}{c^2}$ positivo, se tiene el elipsoide. Si los miembros todos son negativos, se obtiene el hiperboloide.

Del paraboloide elíptico $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = \frac{2x}{a}$ se pasa al paraboloide hiperbólico, con sólo cambiar el signo de $\frac{z^2}{c^2}$.

II. El cálculo infinitesimal ofrece frecuentes ejemplos de esa continuidad del símbolo y de su capacidad receptiva. Para *imponer* su serie, Maclaurin no hizo, en síntesis, más que reducir á cero, en la serie de Taylor, el factor *a*:

$$f(a+h) = f(a) + \frac{h}{1!} f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \frac{h^3}{3!} f'''(a) \ldots..$$

$$f(h) = f(0) + \frac{h}{1!} f'(0) + \frac{h^2}{2!} f''(0) + \frac{h^3}{3!} f'''(0) \ldots..$$

III. De la relación expresada en la fórmula

$$t = \varphi(p, v)$$

se deducen analíticamente cuatro clases de curvas, dando el carácter de *constante* á un elemento de la fórmula, y luego á todos. Así, para t = const. se tiene las líneas isotérmicas; para p = const., las isopiréticas; para v_2 const. las isométricas. Las líneas *isodinámicas*, ó de energía constante, corresponden á la ecuación

$$f(p, v) = \text{const.}$$

las líneas adiabáticas

$$d\,Q = 0.$$

IV. En la genealogía de un símbolo se llega siempre, como resultado de sucesivas imposiciones, á arquitecturar una *imposición fundamental*, que se convierte en centro de evoluciones. En la teoría de los grupos de transformación, se acaba por constituir un grupo tal que acepta las *invariaciones* introducidas (funciones y ecuaciones). A su vez, el grupo es tomado como tipo de composición con otros, de donde resulta toda la genealogía del: 1.º, grupo adjunto; 2.º, grupo de estructura; 3.º, grupo paramétrico; 4.º, grupo isomorfo; 5.º, grupos ampliados; 6.º, grupos recíprocos.

II

§ 144. Cuando el investigador medita la fórmula que *impondrá* al fenómeno, que encerrará su ley de aparición ó de constitución, se encuentra casi siempre con una primera antinomia cuya solución le detiene: la fórmula, por su mismo carácter de imposición, *agrupa* fenómenos; pero el fenómeno, en su carácter de *particular*, está sujeto á variaciones. La habilidad del calculista estriba en dar al fenómeno *un artificio de homogeneidad*, es decir, en realizar la *operación preparatoria* por la cual quedará homogeneizado, en el carácter de la imposición.

Sin esta reducción, toda asignación simbólica, en física, sería imposible. Así, el poder refringente de una substancia depende de la densidad, de la temperatura, de las condiciones de la atmósfera, etcétera. ¿Cómo obtener un valor independiente? Abstrayendo del fenómeno todas las variaciones. *Pero* si el fenómeno se hace *independiente,* suprimiendo las variables, se desnaturaliza. Todo el problema está en unificar esas variables. En el caso que examinamos, Newton escogió la densidad del agua. Su fórmula $\frac{n^2-1}{d}$ ha sufrido críticas (1); pero el concepto permanece.

§ 145. La ley de conversión, ó reducción de las cosas á sus causas, suprime toda irregularidad en el signo práctico y es como si *impusiera* la ley á las cosas exteriores. Por la aplicación del cálculo á la geometría, se suprime todo «capricho» en la curva, y ésta no es una de las aplicaciones menos bellas de la ley de conversión. Leibniz ha visto toda la *finalidad* del hecho científico: «Una línea, dice en la *Teodicea,* puede tener vueltas y giros, altos y bajos, puntos de inflexión, interrupciones, y otras variedades, de tal suerte que no se vea en ella ni rima ni razón, sobre todo no considerando más que una parte de la línea; y, no obstante, se puede dar la ecuación y la construcción, en la cual un geómetra hallaría la razón y la conveniencia de todas estas pretendidas irregularidades *(3.ª parte*, § 242).

§ 146. En el establecimiento de las *formas geométricas fundamentales*, después de constituir el punto, la línea, el plano y el espacio, se constituyen gru-

---

(1) La de Gladstone y Dale: $\frac{n-1}{d}$; la de L. y H. Lorenz: $\frac{n^2-1}{(n^2+2)\,d}$.

pos de figuras de tres especies. En tales grupos, su constitución depende, ante todo, del aspecto bajo el cual es considerado *un mismo concepto*.

Tales grupos se constituyen según dos leyes fundamentales: 1.ª, de disociación; 2.ª, de acumulación. Por la primera ley, la forma geométrica se considera descompuesta en sus elementos. Así, en una recta, los puntos; en un plano, las rectas. I. La *recta punteada* es el conjunto de todos los puntos situados sobre una recta (sostén de la punteada). II. El *plano punteado* es el conjunto de todos los puntos de un plano. III. El plano *reglado* es el conjunto de todas sus rectas. IV. El *espacio punteado* es el conjunto de todos los puntos del espacio. V. El *espacio de planos* es el conjunto de todos los planos del espacio.

En estas cinco formas, que obedecen á la ley disociativa, pueden establecerse dos subgrupos, según el modo de proceder de la ley, sea por reducción á un elemento primitivo (punto) ó por reducción á un elemento inmediato (plano para el espacio, recta para el plano, punto para la recta).

Las restantes formas, engendradas según una ley de acumulación, parten también de los elementos fundamentales, los cuales se presentan acumulados, por relación á una recta ó á un punto: I. El *haz de rectas*, es el acúmulo de todas las rectas de un plano que pasan por un punto. II. El *haz de planos*, acúmulo de planos del espacio que pasan por una recta. III. La *estrella de rectas*, es decir, el acúmulo de todas las rectas del espacio que pasan por un punto. IV. La *estrella de planos*, acúmulo de planos que pasan por un punto.

Expuestas en el *orden lógico*, estas son las figuras geométricas tipos. En el *orden didáctico*, se distribuyen en tres especies, correspondientes al *sistema plano*, á la *estrella* y al *espacio*.

§ 147. Una inducción que puede establecerse después del estudio histórico de una ciencia deductiva, coincide con la génesis que, desde un punto de vista lógico, se impone á un símbolo. Tal me parece ser el caso del *gnomon*, común en las operaciones y en el tecnicismo de los matemáticos de Oriente. El estado actual de la cultura histórica permite trazar exactamente un cuadro de la aparición, proceso evolutivo y disolución de este símbolo (1). Pero los historiadores no suelen insistir en la genealogía, y aún se espera el Darwin ó el Spencer de estas construcciones espirituales, que describa las leyes de ascenso y de selección y disolución.

El *gnomon* es un signo que recogen los griegos de los calculistas orientales, los cuales aplicaban este nombre á una medida cronológica ó astronómica. El reloj de sombra estaba representado por una varita vertical que marcaba la longitud y la posición de la sombra proyectada por el sol, en una superficie horizontal. El origen está, pues, en lo *práctico*, y su transición de lo astronómico á lo geométrico no es un simple caso de evolución lingüística. La introducción del símbolo en la geometría, se verifica por un tránsito incesante de nociones. Antes de Euclides, el *gnomon* está ligado al concepto de ángulo, y precisamente de ángulo recto: con Euclides el *gnomon* entra en la noción más complicada de *resto* de un paralelógramo, al cual se hacen sufrir diversas transformaciones constructivas *(ad faciendum)*. —De la unión del concepto dinámico ó de transformación con el de gnomon, resultará una imposición fundamental: gnomon se convierte en una pauta de operaciones. El genio de Heron de Alejandría precisará hasta aquí las imposiciones, dando la definición genealógica de

(1) Cantor, *Vorlesungen*, I, 92, 136, 137, 217.—I, sec. VII.

gnomon, como medida de las conversiones, impuestas *á un número ó á una figura*. Esta generalización supone la unión previa de Aritmética y Geometría en una noción elevada. La influencia pitagórica acabará de informar esa noción, reduciendo el gnomon casi al concepto aritmético. En una aplicación extremada de estas reglas á los descubrimientos de los pitagóricos, se establecerán nuevas relaciones entre el símbolo considerado y la irracionalidad de $\sqrt{2}$. Los neo-pitagóricos hacen nuevas aplicaciones á la teoría de las series y de los números figurados, y, casi del todo, el *gnomon* abandona su carácter geométrico. Pero este carácter persistirá á todos los cambios, y servirá en lo sucesivo como punto firme de varias imposiciones: esta es la base de sus aplicaciones como «símbolo demostrativo», que se aplicará ya, hasta Leonardo Pisano, en las operaciones del cálculo algébrico (raíces cuadradas, ecuaciones de segundo grado).

§ 148. Siendo el *símbolo* una tentativa para la síntesis, y siendo esa síntesis *inestable*, se presenta una antinomia práctica, en la expresión ó representación gráfica y analítica. Así se escoge el símbolo capaz de recibir más imposiciones. En una escala, los más aptos se sobreponen á los otros, en virtud de una especie de *ley de máximo trabajo*, Y las mismas leyes de Kepler y de Newton son símbolos *capaces*, pero no *estables*.

§ 149. Muchas veces, todo el porvenir de una fórmula científica depende de una imposición que le dé estabilidad. La constitución de la importante rama de la ciencia—Mecánica química—ha pasado por tal trámite. Los primeros investigadores que, á fines del siglo XVIII la instituyeron, partían del concepto fundamental de una fuerza específica electiva, obrando sobre masas determinadas. El concepto de masa era

en ellos predominante, y el más afortunado de tales investigadores tituló su libro *Essai de statique chimique*. Los esfuerzos de este gran talento para abrir nuevos horizontes á la consideración matemática y lógica de las reacciones químicas, fueron desproporcionados á los resultados que, en definitiva, iba persiguiendo; y hasta la síntesis de los hechos dependientes de la fuerza de afinidad y los de gravitación tuvo que sufrir la crítica de Proust.—La *Mecánica* aplicada á los fenómenos químicos, sólo parte desde el momento en que dos investigadores (Guldberg y Waage—1867) añadieron al antiguo concepto de afinidad y de masa, el de *velocidad*. Esta nueva imposición—que era el signo decisivo—había faltado en la *Estática* de Berthollet. Este signo de la velocidad se impondrá ya con tal fuerza en la constitución y en el desarrollo de la nueva ciencia, que podrá prescindirse de otro cualquier concepto; pero nunca de la velocidad. Y al tratar de las reacciones reversibles, puede quedar eliminada la influencia del *volumen*, que entrará siempre, sin embargo, en los fenómenos de disociación, se tendrá ante todo en cuenta el concepto de velocidad, aun para las cuestiones donde estrictamente se considera el *equilibrio*.

§ 150. La molécula, construcción mental impuesta como expresión de relaciones, cumple *lógicamente*, en el desarrollo de la ciencia, su función de ordenamiento serial en el límite ínfimo de los fenómenos. La simplicidad que adquiere el símbolo científico es considerable. La molécula, concebida como un *todo*, obedece á los axiomas de totalidad, como categoría, impuestas en el momento de su génesis. Así, «el calor molecular de una substancia es igual á la suma de los calores atómicos de los átomos de la molécula». Por esta vía, se ordenan con más rigor los *datos*, realizándose una de las condi-

ciones indispensables del símbolo científico: *la preparación de la serie.* —En cada momento, y para cada grupo de fenómenos, existe, lógicamente, una expresión que sintetiza las imposiciones. Pero la posibilidad es superior á la imposición; y en esa desproporción está la condición misma del conocimiento. La síntesis de imposiciones, ó esquemas conserva cierta tendencia á la adaptación; pero, en el límite, desaparece tal propiedad, necesitan crearse nuevos órdenes, y en vencer esas *dificultades materiales de signación* está la razón suficiente de una ciencia.

Considerada como una *imposición,* la teoría molecular y atómica desarrolla, de los principios que en sí contiene, la relación numérica entre los cuerpos y sus propiedades. Esta conclusión, que es el esfuerzo último de la química (v. la obra de van't Hoff) es la aplicación inmediata de la teoría. Rigurosamente, se llega á la hipótesis como una simplificación, y se parte de ella, á la vez, para nuevas aplicaciones. Así el químico impone al átomo las valencias, y, una vez reducidas á números, deduce relaciones entre la imparidad ó la paridad de las valencias y el valor del *equivalente* (Gmelin) el cual, á su vez, está expresado por el valor total del peso atómico ó la mitad de este valor.

Las familias de cuerpos químicos, ordenadas en la clasificación periódica, forman una ley, que se *impuso* á los cuerpos aun no descubiertos, que luego se llamaron *scandium, gallium, germanium;* cuerpos anunciados por Mendelejeff (como necesidades lógicas de su serie) con los nombres de *ekabore, ekaalumininium, ekasilicium.*

El átomo, que con Kekulé entraba como fuerza (valencia) y con Mendeleieff como *posibilidad* de un orden, con Meyer es considerado con relación al lugar del espacio ocupado: $v = \frac{p}{d}$.—El concepto

de molécula, tomada al principio como *todo* estático, ha ido poniéndose en contacto con la idea de energía. Con la teoría mecánica de los gases, el concepto de fuerza se restablece; pero empiezan otras dificultades. En la asignación, $\frac{m c^2}{2}$ (fuerza viva), *c*, ó velocidad media, es una cantidad que variaría para *cada molécula*, en una misma masa gaseosa *(Maxwell)*. Pero se *impone* la constancia de tal velocidad, y entonces resulta la fórmula $p v = \frac{2}{3} n \frac{m c^2}{2}$, donde se expresa la relación de proporcionalidad entre el producto *pv* y el número y la fuerza viva de las moléculas, en una misma masa gaseosa. *Pero* esta imposición del carácter de constancia, exigida por el cálculo, resulta también cierta, cuando se considera una misma temperatura y una misma presión. De aquí la ley sobre la cantidad de fuerza viva, *para todos los gases*.—El átomo, pues, impuesto lógicamente como límite explicativo de las leyes de Lavoisier, de Bertholet, de Dalton, resulta una unidad tipo para la estructura del cuerpo. Para el estado gaseoso, esta unidad se extiende al *número* de átomos (Avogadro) y al quantum de su «fuerza viva» (teoría cinética de los gases).

§ 151. Los tres factores, *t, p, v*, que deciden de las leyes de un gas, necesitan estar sometidos á un orden íntimo. El espíritu impone uno á otros, dándole el carácter de constancia, de fijeza. Es un trabajo de simplificación: *t* es el valor constante. Pero no basta: es preciso considerar, ante todo: 1.º, la relación de *p* á *v*; 2.º, la de *v* á *p*. Así preparado, puede establecerse $pv = t$ const., donde la igualdad es tomada en su estricto sentido de proporcionalidad. De esta primera imposición resulta la ley de Mariotte. Gay Lussac vuelve á considerar

la fórmula, y reconstruye el dato para la imposición en otra forma; quita el carácter de constante á *t*, y se lo atribuye á *p*. Así la relación está alterada é impuesta *ipso facto*: para un *pv* constante, el volumen aumenta con la temperatura. — *Tercera consideración*: se da el carácter de constante á *v*, y, en este caso, se observa el aumento de presión con el aumento de temperatura.

De estas consideraciones nos elevamos á una ecuación general. Para alcanzar tal resultado, es preciso desentrañar cada vez más el *dato*, y determinar jerarquía en la serie. Se vuelve al momento lógico fundamental, al estado de aislamiento de los datos *p*, *v*, *t*, ni más ni menos que se descomponen los términos de una serie, después de constituída (es decir, después de realizada la posibilidad). De este modo resulta trazado un esquema fundamental, sobre el cual pueden considerarse nuevas relaciones de los términos. Estas relaciones tienen por objeto esencial la precisión del signo: así, se ponen en relación con prototipos, que sirven de unidades, *p* con p_0—una presión que representa el tipo de referencia; *v* con v_0 — un volumen tipo p_0 es la presión atmosférica media, constituída por 760 milímetros de mercurio; v_0 el volumen considerado á cero grados, y á la presión p_0. Así, la imposición, *v*, resulta doblemente calificada. La ecuación general del estado gaseoso resulta, así; $p\,v = p_0\,v_0\,(1 + \alpha\,t)$ que no representa, en fin, sino una expresión simbólica, susceptible de reducirse hasta $p\,v = R\,T$.

La hipótesis de Avogradro está toda fundada en una proporción, reductible á la *notación* que maneja el matemático. Si las leyes de Mariotte y de Gay Lussac se cumplieran «rigurosamente», la densidad relativa de los gases estaría representada en cualquier momento por un valor constante; pero, precisamente, las imposiciones contenidas en la ecua-

ción general $p\,v = p_0\,v\,(1 + \alpha\,t)$ son insuficientes. La serie concluye en un límite fijo. *Todo símbolo científico es una serie limitada.*

§ 152. El gran número de «variantes» de un fenómeno, exige la unificación. Se parte, ante todo, de la homogeneidad de los fenómenos, y se concluye por establecer la de sus variantes. Cabe imaginar, pues: I. Fenómenos unificados, en el concepto del calor. II. Consideración de variantes de tales fenómenos, y establecimiento de una imposición fundamental: relación entre la cantidad del calor que hay que dar á un cuerpo para hacerle variar de *n* número de grados.

A partir de aquí se establecen imposiciones subordinadas: 1.ª, consideración de una substancia-tipo (agua); 2.ª, consideración especial de *n*, imponiéndole un valor (paso de 0° á 1°); 3.ª, *cantidad* de la substancia-tipo, dándole diversos valores (dos fundamentales: un gramo y un kgm. — pequeña caloría y gran caloría); 4.ª, la unidad de sustancia, pasando de 0° á 1° (1 gramo de agua, pasando de 0° á 100°—caloría de Ostwald).

Con todas esas imposiciones se llega á constituir un *tipo genealógico*. De este tipo se parte, poniéndolo en conflicto con otro tipo, ya constituído, en virtud de imposiciones análogas. De aquí se desprende el valor de una caloría (grande ó pequeña) expresada en trabajo mecánico. El resultado final es un *número*, un coeficiente ó cantidad completamente calificada: una *asignación simbólica*. Este número unifica la *caloría*, en cualquiera de sus variantes: 427 es un número con dos calificaciones.

Pero este número no es nada estable: ha sufrido correcciones, desde Mayer y Hirn hasta Joule y Bowland, que representan dos grandes épocas en las investigaciones termodinámicas. Lo esencial en el número no es, pues, su misma expresión concreta,

sino su carácter de unificación: lo esencial, sobre todo, es representar la convergencia de dos imposiciones fundamentales, y ser como la ley de reversibilidad aplicada á los datos físicos: consumiendo 427 kgm. de trabajo mecánico, aparece una caloría; consumiendo una caloría, vuelve á reconstruirse el número fundamental.

Pero esto no es todavía la Ciencia.

III

§ 153. La diferencia de una fracción de segundo con que el astrónomo ve presentarse el astro al que había fijado un paso dado por el meridiano, importa poco para la apreciación popular de la exactitud casi absoluta de la ciencia del cálculo. Pero las discrepancias de una fracción de segundo (para una profecía de 10 años, como se ha conseguido respecto á Júpiter) encierran un gravísimo problema, cuyo aspecto psicológico es, sobre todo, lo que más debe interesar.

En el paso de lo dialéctico á lo práctico, la geometría de los objetos no reproduce la geometría de nuestras definiciones y demostraciones ideales. Lo mismo puede decirse de todas aquellas series que dependen de un concepto de velocidad ó de distancia, etc. La exactitud de la ley de Newton es un problema para el psicólogo, casi tanto como para el matemático.

§ 154. La Mecánica se reduce tanto, en los últimos problemas que plantea, que, de los primeros conceptos de que parte, apenas queda la forma. Una serie de partículas débilmente compresibles, en un éter incompresible, son factores que, en el límite, se equivalen. Este sistema admite un «número infinito» de vibraciones, de diversos grados. (Korn.) — En este punto del razonamiento, acude la idea (que podría ofrecerse á los matemáticos especialistas) de

que el problema de la función harmónica del fluido (potencial de sus velocidades) presenta dificultades insuperables — *hoy* — por no partir de la *infinidad* de soluciones que admite. ¿La ecuación $\Delta V = 0$ no sería un escollo para todas las aproximaciones del problema de Carlos Neumann?

§ 155. La relación de los parámetros á los índices, en cristalografía, viene preexperimentalmente determinada por la geometría analítica del espacio: una misma ley impone el geómetra á sus propias construcciones y á los objetos. *A pesar de todo*, la mecánica no explica nuestra percepción de un cristal, ni la misma geometría sabría colocar ese cristal en el espacio.

§ 156. Trazar la *genealogía* de un símbolo no es escribir su historia, sino imponer á la historia misma determinadas leyes. La genealogía, en Ciencia, parte de una lógica de los descubrimientos, no como en el tiempo han aparecido, sino como debieron aparecer. La genealogía no toma el factor tiempo en el sentido de la historia, aun partiendo de un mismo origen. La genealogía considera ya hecha la historia: viene sólo después de ella, como un capítulo de explicación.

Una demostración geométrica parte de datos *en* la figura: pero tales datos pueden ponerse en relación con otros, creados por el espíritu fuera de la figura y puestos en relación con ella. Para cada orden de demostraciones, la figura resulta un atributo esencial de sí misma y, á su vez, este atributo esencial es un subordinado á otras propiedades posibles, que el espíritu descubre y añade, en virtud de la receptibilidad especial del espacio (abierto ó cerrado) llamada por los matemáticos antiguos *ponibilitas*.

Un objeto es una expresión, hecha plástica por el afecto ó emoción-tipo fundamental. Un objeto no se puede, pues, definir por lo que *connota*, pues sus

atributos son elementos analíticos, y no hay ciencia de lo individual. Un objeto tiene su definición propia en su genealogía, como símbolo puesto en el espacio.

Así, un símbolo es lo «absoluto»; y lo verdaderamente relativo es nuestra *facultad* para trazar límites á nuestro mismo pensamiento.

§ 157. El trabajo reconstructivo de la ciencia permite determinar cada *tono* que el afecto da á las cosas. Y en este sentido se dice que la ciencia explica, corrige, dirige la práctica.

En su definición fundamental, la Ciencia no puede estar ligada á la demostración *(habitus demonstrandi*, de Wolf). La *definición* de la ciencia se funda en su valor moral. Esta es la suposición esencial desarrollada en todo este libro.

En un concepto de la ciencia como *demostración*, se parte, implícitamente, de esta base: lo que no se puede demostrar no es ciencia. (Ea scimus quae demonstrare valemus; quae vero a nobis demonstrari non possunt, eorum scientia caremus - Wolf, *Logica*, § 598). Este es un punto de vista que puede parecer definitivo. Pero en este libro, hemos permanecido alejados de él. La *definición* de la ciencia está enteramente contenida en el Axioma.

El establecimiento de la ciencia y de la reflexión es el primer paso del hombre hacia su libertad. Las corrientes intuitivas y emotivas que se agrupan en la *sensación* obedecen á una ley, cuyo descubrimiento hace al hombre superior á la ley misma. Un filósofo se pone siempre en el *origen* mismo de las expresiones, en el punto de arranque de las tendencias, y por eso se le ha pintado siempre como el hombre que sabe dominarse á sí mismo.

§ 158. La *cosa en sí* no es sino un resto de las «cualidades ocultas», misteriosamente colocadas en el centro de las cosas, en un momento de pesimismo

intelectual. Contra tal pesimismo, la reacción más enérgica fué la de Newton: «...Yo considero estos principios no como cualidades ocultas, que resultarían de la forma específica de las cosas, sino como leyes generales de la naturaleza, por las cuales las cosas mismas están formadas. La verdad de estas leyes se manifiesta por el examen de los fenómenos, aunque sus causas hayan escapado hasta hoy. Pero si estas causas son ocultas, sus efectos son evidentes.» (*Optica*, éd. Beaurée, lib. III, q. 31). Este optimismo informará ya toda la especulación de aquella escuela, aun en los discípulos menos predispuestos. En Clarke, la impaciencia del escritor se revela en el tono injurioso con que continuamente apostrofa. Dada por intuída la idea del Sér, no puede concebirlo, en adelante, sin la inmensidad. Consiente discutir todo otro atributo; pero limitar el Sér le parece irracional. La inmensidad no es sólo de Dios, sino del mundo. Clarke parte de dos intuiciones: una substancia y un atributo. La substancia presenta una doble modalidad; pero, en los dos aspectos, el atributo es constante. Así, lógicamente, es la intuición del atributo la que *precede* y se *impone* á las substancias.

Su optimismo, pues, es siempre limitado y no se reduce sino á confirmar las dos intuiciones establecidas; más allá de la intuición del ser y de la intuición de lo inmenso, el investigador nada descubre ni quiere descubrir (*Teodicea*, ed. Jacques, ch. V, 4.º propos.): «La esencia del sér que existe por sí mismo es incomprensible». «No tenemos idea de la substancia ó de la esencia del Sér que existe necesariamente y por sí mismo, y esto es una cosa que nos es absolutamente imposible comprender». La razón de esta imposibilidad está presentada con franqueza: el hombre carece de un órgano y de una facultad de aprehender. La comparación con el mudo y con el

ciego se presenta naturalmente, y el filósofo no la descuida.

Más optimista, Spinoza deducirá la idea de unidad de la de necesidad, y afirmará la unidad de la substancia por su necesidad. Su teología es de un método tan fecundo, que aun sus mismos refutadores van á aceptarle la forma del razonamiento. Y Clarke, que llama extravagante y débil el argumento, escribirá: «La unidad del Sér es una consecuencia natural de su existencia necesaria; pues la necesidad absoluta es simple y uniforme y no reconoce diferencia ni variedad» (ch. VIII, prop. 7.ª).

El expositor moderno de la *Nomotética*, va á fundar su optimismo en una base más decisiva: «la tendencia á lo absoluto, manifestándose, en la esfera finita de la inteligencia, por la facultad del *por qué*, caracteriza al hombre». Wronski resume su proposición en este teorema: «la facultad de buscar supone la facultad de hallar». *(Discours prélim.*, París, Noviembre 1881.) — Lo *absoluto*, en Wronski, envuelve tres ideas: el sér, la realidad, la substancia. A las cuales se agrega la idea de relación: «lo absoluto es el principio primero que contiene en sí mismo la razón de su existencia, es decir, la condición de su propia realidad, y que subsiste así por sí mismo; principio que contiene en sí la realidad del Universo.»

Finalmente, aun cuando la abstracción nos haga aceptar, de momento, las cosas *puras*, separada de sus determinaciones, Fichte ha tenido momentos de elevadísima franqueza: «No es verdad que el Yo puro sea un producto del No-yo: tal proposición enunciaría un materialismo transcendental, completamente contrario á la razón; pero es muy cierto que el Yo no tiene y no puede tener conciencia de sí mismo sino en sus determinaciones empíricas, y *estas determinaciones empíricas suponen* necesariamente algo *fuera del Yo*»... *(Destino del sabio y del*

hombre de letras, 1.ª lección). «Considerar al hombre en sí, aislado, no quiere, pues, decir considerarlo como Yo puro, sin ninguna relación exterior con su Yo puro, sino solamente considerarlo *fuera de sus relaciones con los seres dotados de razón*».

Pero, inmediatamente, en el terreno de la práctica, va á dar al hombre, por única razón de existir, la existencia absoluta ó existencia por sí. «Su existencia sola es el último fin de su existencia: *existe para existir*.» Pues bien, no; yo existo para olvidarme de ser tal *sér puro*, para transformarme incesantemente en nuevos símbolos. Mi existencia no es sino la *cuantidad*, que espera mis nombres, los nombres que yo sólo puedo dar en estado de entusiasmo.

Esta *vida*, es la Ciencia.

Un investigador debe quedar ligado perpetuamente al bien olímpico ó atenaico. La insistencia con que Proclo niega el carácter de verdadero filósofo á Aristóteles, sólo puede ser juzgada excesiva por un espíritu corriente. La condición esencial de la conciencia es la libertad. El concepto de esclavitud, como gobierno del hombre por las pasiones, ha sido establecido matemáticamente por Spinoza; sus predecesores hay que buscarlos, sin embargo, tal vez, en el especulador que asimilaba la tiranía de los treinta á la victoria de la vida de los gigantes y de los hijos de la Tierra sobre los bienes olímpicos: «En las almas se libra la verdadera batalla de los gigantes; cuando en ella el pensamiento y la razón son los guías, las fuerzas olímpicas y las de Ateneo son victoriosas, y toda su vida es *real y filosófica*»... *(In Parm.*, éd. Chaignet, I, p. 133).

Capítulo II

I

§ 159. En el símbolo f (x + iy) = u + iv, impongo: 1.°, una separación entre los dos conjuntos (x, y), (u, v); 2.°, al primer conjunto impongo la idea de plano, idea que continuará en el segundo. Así el teorema de Riemann está ya formulado en mí, potencialmente, desde que empiezo la subordinación de (x, y) y de (u, v) á la idea de plano. ***Existe, pues, siempre una función por medio de la cual un dominio cualquiera «conexo» del plano (x, y) es representable sobre un dominio cualquiera «conexo» del plano (u, v).***

§ 160. ***El resultado de un contacto no se altera si, permaneciendo la misma la imposición fundamental, cambia homólogamente el símbolo.***

I. Cuando la serie Ω es convergente, la expresión

$$\frac{F(x+\alpha+\beta)-F(x+\alpha-\beta)-F(x-\alpha+\beta)+F(x-\alpha-\beta)}{4\alpha\beta}$$

en que α y β son infinitamente pequeños, cuya relación es finita, ***converge*** hacia el mismo límite que la serie (Riemann).

II. Una superficie simplemente conexa, *A*, es descompuesta por cada sección transversa ***ab*** en dos trozos simplemente conexos.

III. En la teoría de la congruencia, la imposición fundamental de ***congruente***, puede aplicarse ya á las figuras (sistema de Pasch) (1), ya á los segmentos (sistema de Veronese) (2), ya á los segmentos y á los ángulos (sistema de Hilbert) (3).

---

(1) *Vorlsungen über neuere Geometrie*, (Lepizig, 1882).
(2) *Fondamenti di Geometria*. (Padova, 1891).
(3) *Grundlagen der Geometrie*. (Lepzig, 1899).

§ 161. *Al ponerse en contacto un signo con una imposición, asume el carácter de ésta.*

I. El número imaginario *i*, puesto en contacto con *b*, forma un grupo imaginario. A partir de este primer momento, todas las relaciones que adquiera *b*, sufrirán la imposición del grupo formado. a + bi forman imaginarios conjugados; y este carácter no depende del signo; pues, como se sabe, persiste en la relación a — bi.

Pero, á su vez, el símbolo formado, sobre todo á influjo de *i*, que ha servido de eje polar, está sujeto á las variaciones de sus elementos; y precisamente de tal modo, que *a* y *b* dan la tonalidad á todo el conjunto de *imaginarios conjugados*. Así, a + bi será un grupo nulo, si *a* y *b*, aisladamente, lo son; a + bi será un grupo igual á c + di si están en una relación tal que a = c, b = d.

II. Si una función es creciente en un intervalo, su derivada es positiva ó nula, pero jamás negativa, para todo valor de la variable comprendida en este intervalo.

Si una función es decreciente en un intervalo, su derivada es negativa ó nula, pero jamás positiva para *todo valor* de la variable, comprendida en este intervalo.

III. Las potencias positivas de un número mayor que 1, son mayores que 1: las potencias negativas, son menores que 1.

Las potencias positivas de un número menor que 1, son menores que 1; las potencias negativas, son mayores que 1.

§ 162. *Del intervalo rígido.* Si *n* es un número que se desconoce, pero cuya existencia se necesita y se intuye, *n*' es un número aproximado. Pero si, en la ignorancia de *n*, se conoce el límite superior de este número, entre *n*' y *l* existe un *intervalo*, dentro del cual se está seguro de hallar el valor exacto.—

El cálculo de los errores está enteramente contenido en esta proposición fundamental.

II

§ 163. *Los contactos varían según la forma del símbolo, dentro de un emblema general.*

Si el signo es

$$\int \frac{dx}{\sqrt{R(x)}}$$

el contacto es con $\phi(x)$: esta notación designa un polinomio entero.

Cuando el signo se complica, el contacto sigue sus evoluciones:

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{R(x)}} \quad \int \frac{dx}{\sqrt[4]{R(x)}} \quad \int \frac{dx}{\sqrt[5]{R(x)}}$$

admiten sustituciones enteras, para reducirse á integrales elípticos.

Hasta ahora, considerábamos constante el numerador *dx;* complicándolo, la integral hiperelíptica tendrá que sufrir un contacto más complicado también:

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{(x^2+4a)(x^3+3ax+b)}}$$

exige sustituciones fraccionarias y racionales.

§ 164. *En un sistema de dos símbolos congruentes, el primer símbolo es la razon expresiva del segundo.*

$$\text{I.} \int (Xdx + Ydy + Zd) = \int \left\{ \left(\frac{dz}{dy} - \frac{dY}{dz} -\right) l + \left(\frac{dX}{dz} - \frac{dz}{dx}\right) m + \left(\frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}\right) n \right\} d\,w.$$

El primer miembro de la fórmula de Stokes, es una integral curvilínea: el segundo es una integral de superficie, *limitada por el contorno de la primera.*

II. Si una función analítica es uniforme y continua en el interior de un círculo que tiene el origen por centro, se puede—*en el interior de este círculo*—representar por una serie ordinaria, según las potencias enteras y crecientes de la variable. *(Cauchy).*

Toda serie holomorfa, en un área limitada por un contorno convexo, puede ser desarrollada en esta área en una serie de polinomios. *(Picard).*

§ 165. *Todo símbolo continúa su carácter ó atributo esencial, después del contacto.*

El lugar de los polos de un plano arbitrario respecto á las cónicas de una superficie de Steiner, es una segunda superficie de Steiner (teorema de Lie).

En un espacio de cinco dimensiones, el lugar de los polos de un hiperplano respecto á las cónicas de una superficie de Veronese, es una nueva superficie de Veronese (teorema de Rosati).

§ 166. *En un sistema de símbolos, el primero se impone al segundo: 1.º, en la totalidad de su valor; 2.º, en parte.* (§ 2).

I. La condición necesaria y suficiente para que se realice el primer caso, es que las notas del segundo símbolo se anulen.

El caso segundo, es el general de los símbolos modificados:

$$\frac{d^2 \theta}{du\, dv} = \sin \theta,$$

ecuación á la cual r aplica la «transformación de Guixard».

II. *El símbolo primero, en una de sus notas, se transmite al segundo, si la nota sufre una calificación homóloga.* Así, $f(z,u) = u^v + u^{v-1} A_1(z)$

$$+ u^{v-2} A_2(z) + \ldots\ldots u A^{v-1}(z) + A v(z).$$

u es considerado como parámetro.

III. En la fórmula de Seidel

$$x - iy = 2 \int_0^\infty \lim_{n = \infty} \frac{z^{n-1} \xi}{z^n \xi^n} d\xi,$$

z es tomado dos veces: $z^n - 1$, z^n;

ξ tres veces (tesis, antitesis y síntesis).

Finalmente, el primer miembro, $x - iy$ es impuesto al segundo. Pues $z = y + iy$.

§ 167. *Corolarios.*

1.° En un sistema de un emblema y una nota, ésta resume el emblema. Las *nota extincta* del segundo miembro, tienen su punto fijo en la nota única: $x^3 + px^2 + q = r$

2.° En un sistema de dos emblemas, la *nota extincta*, en uno de los símbolos del primer emblema, imprime modificaciones correlativas al símbolo simétrico del segundo emblema:

$$\Psi(x+h) - \Psi(x) = \frac{1}{2}[\Psi'(x+h) + \Psi'(x)] +$$

$$(-1)^n \sum_{h=1}^{h=\infty} \frac{B_n h^{2n}}{1.2\ldots.2_n} [\Psi^{2n}(x+h) - \Psi^{2n}(x)].$$

(Stirling.)

3.° Todo sistema de notas, es una *generatriz* de un sistema simétrico de símbolos:

Si *x* é *y* son cantidades variables ligadas entre sí por una relación, siempre podemos imponer condiciones tales que *y* sea variable independiente, mientras *x* es una función.

Pero así también, si tenemos una serie de notas, *x, y, z*... en número $m + n$, *m* serán variables independientes y *n* funciones.

Tal es la génesis del Cálculo diferencial.

III

§ 168. *Trayecto de un símbolo.*

I. $$\frac{x}{1-e^{-x}}=1+\frac{x}{2}+\frac{2x^2}{x^2+(2\pi)^2}+\frac{2x^2}{x^2+2^2(2\pi)^2}+\frac{2x^2}{x^2+3^2(2\pi)^2}+\ldots..$$

En este desarrollo de los *numeros de Bernouilli*, el símbolo $\frac{2x^2}{x^2+(2\pi)^2}$ es el caso particular de este otro: $\frac{2x^2}{x^2+n^2(2\pi)^2}$. Este, es, pues el emblema de todo el trayecto.

II. $$\frac{e^{-nx}-1}{e^{-x}-1}=1+e^{-x}+e^{-2x}+\ldots..\, e^{-(n-1)x}$$

En este desarrollo de las *funciones de Bernouilli*, no existe (como en I) una *nota fija* ($2x^2$) y otra variable (n^2) sino que, después de *1*, se inicia en todo el trayecto una aceleración uniforme.

§ 169. *Corolario 1.°* Si las dos notas fundamentales de un símbolo recorren un trayecto uniformemente acelerado, el símbolo es uniformemente acelerado:

$$A_n(x)=1+\frac{x}{1(n+1)}+\frac{x^2}{1.2(n+1)(n+2)+\ldots..}$$
$$\ldots\ldots+\frac{x^n}{1.2.3\ldots.p(n+1)\ldots.(n+p)}$$

Corolario 2.° Si las dos notas fundamentales de un símbolo son invariables, el símbolo es invariable: $f(x)=$

$$\frac{A_0 f_0 (x - x_0)^{-1} + A_1 f_1 (x - x_1)^{-1} + \ldots . A_n f_n (x - x_n)}{A_0 (x - x_0)^{-1} + A_1 (x - x_1)^{-1} + \ldots . A_n (x - x_n)^{-1}.}$$

§ 170. ***Las integrales de un problema de mecánica. al cual se aplica el principio de las fuerzas vivas, pueden expresarse igualando á constantes las derivadas parciales de una misma fnnción, tomadas por relación á otras constantes.***

$$\int_0^t (\pi + 2\tau)\, dt. \quad \textit{(Hamilton).}$$

§ 171. Las *fracciones integrantes* de una fracción continua, son los elementos transmisores de una ley ó forma general de imposición. Si podemos desarrollar el número *N* de tal modo que:

$$N = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d \ldots\ldots.}}}$$

cada vez que tomo á *a, b, c*... por materia de contactos, les aplico la ley que ha empezado á regir para *N*. Si un límite tiene esta ley, no depende, pues, de ella, sino de su relación con las «fracciones integrantes» de la general fracción continua. Siempre que *a, b, c, d*... pueden sufrir la ley *N*, son la reflexión ó proyección de este número; y, entre N y cualquiera de los términos de la serie, puede establecerse la relación N = a, N = b..... Pero esta igualdad es sólo *lógica* ó *cualitativa*. Si hay un término, *g*, que rechaza la relación N = g, este término es un límite del contacto ó de la aplicación de la ley.

Esto es aplicable á *cualquiera fracción* del tipo conocido: por ejemplo, á la fracción de Brounker:

$$\frac{1}{4}\pi = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\cfrac{49}{2+\cfrac{81}{2+\ldots\ldots}}}}}}$$

§ 172. ***En un sistema de símbolos que recorren un mismo trayecto, los elementos de tales símbolos recorren un trayecto igual, considerados aisladamente.***

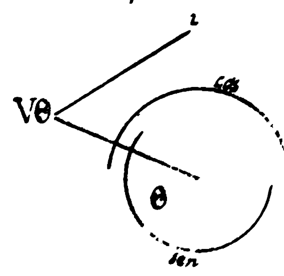
Si dos series de cantidades, a_1, a_2, a_3... a_n y b_1, b_2,..... b_n son tales que a_i sea siempre menor que b_i, y $b_n - a_n$ tiende á cero, cuando se aumenta indefinidamente, los elementos de las dos series tienden á un límite común. *(Jablonski).*

IV

§ 173. *Símbolo limitante* es aquel que, en el curso de un trayecto, sintetiza las notas fundamentales de otro símbolo, de un sistema de símbolos.

Un símbolo limitante es la expresión de la genealogía de un sistema.

§ 174. *Génesis de la función de Demoivre.*



Si θ es una nota fundamental con dos calificaciones *(cos.* y *sen.)*, el símbolo que sintetice ambas calificaciones sintetizará la nota. Suponiendo que las dos calificaciones de θ equivalen á posiciones en el espacio, V sintetiza la dirección y el sentido de la dirección. *V*, como símbolo limitante de θ es, pues, la ***posibilidad*** de los nombres matemáticos de θ. Así, se impone á un nombre de θ, se impondrá, del mismo modo, á todo coeficiente de este nombre. Así, pues, *V* indica:

1.º Posición, en el espacio, de la nota θ.

2.º Posición con variante en la dirección *(cos., sen.)*

3.º Intervención de un signo.

4.º Génesis de un coeficiente, en cualquiera de las direcciones (vgr.:, en la segunda *sen.)*

$$\text{Cos. } \theta + \text{i sen. } \theta.$$

§ 175. ***El símbolo limitante contiene el sentido ó dirección del trayecto.***

$$\underbrace{\int_a^b F(yx)\,dx - \int_a^b F\left(\frac{-}{yx}\right) dx}_{(1)} = \underbrace{\int_a^b E(yx\,,\,p)\,dx.}_{(2)}$$

En (2), la nota *E* designa la complicada síntesis:

$$E(y_x, p) = F(y_x) - F(p) - (y_x - p)\,F_p(p)$$

§ 176. *Corolario.*—El menor número de puntos de la superficie *R*, de género *p*, para los cuales una función racional de la superficie se transforma en función infinita del primer orden: he ahí, desde Riemann, la «gonalidad de una curva». — Pues bien: ***la gonalidad se impone á la curva.*** Las curvas de gonalidad 1 son unicursales; las curvas de gonalidad 2, son las curvas hiperelípticas.

V

§ 177. *Razón harmónica* de un símbolo es una relación fija y constante entre sus notas y sus imposiciones.

La *razón harmónica* está representada por un número, y así se habla del «número de soluciones de un problema» (1). Cuando este número no puede fijarse, ó bien no se toma como medida de las relaciones, se dice que existe un *contacto aberrante* entre las notas de un símbolo, ó entre los símbolos de un sistema y las imposiciones correlativas.

§ 178. *Escolio.*—Hay sólo 4 grupos transitivos cuyo grado es un número primo, y los subgrupos p + 1 del orden *p* son los grupos alternantes y simétricos del 5.º grado, cuyos órdenes son 60 y 120 y los grupos sencillos del grado 7 y 11, cuyos órdenes son 168 y 660.

§ 179. *Un contacto aoerrante puede realizarse, si la imposición admite un nuevo contacto.*

Un producto vectorial, ó vector producto, no puede ponerse á contacto con la *posibilidad lógica* de la multiplicación, es decir, la ley conmutativa:

$$\sqrt{AB} = \sqrt{BA}$$

es una condición absurda. *Pero* la imposición (ley conmutativa) puede sufrir esté nuevo contacto ó imposición: «el orden de los factores puede cambiarse, sin alterar el valor del producto, cuando se cambian los signos»:

$$\sqrt{AB} = -\sqrt{BA}$$

es una fórmula que corresponde á una *verdad*.

---

(1) El número de soluciones de dos ecuaciones algébricas de grado *m* y *p*, es igual al producto de los grados de estas ecuaciones. (Teorema de Bezout).

§ 180. *Un contacto aberrante puede convertirse en adecuado si (sin poder variar la imposición, ó suponiéndola inmóvil) admite un nuevo contacto el símbolo.*

Puede permutarse las letras (condición de la ley de conmutación) permaneciendo iguales los signos (inalterabilidad de la imposición), siempre que, en vez de disponerse en un orden destrorso de vectores, se dispongan en un orden cíclico.

§ 181. *El cero es la medida de la relación harmónica elemental.*

Si represento una notación:

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 0.$$

es porque, inmediatamente, tendré

$$\overline{DC} = \overline{AC} - \overline{AB};$$

y así, también, una serie de *coincidencias seriales* estarán sintéticamente ligadas en la relación *cero.*

$$\sum_i \lambda^2_{i1} = \sum_i \lambda^2_{i2} = \sum_i \lambda^2_{i3}$$

da la relación:

$$\sum_i \lambda ij \cdot \lambda ik = 0.$$

§ 182. *Corolarios.* — 1.° En los grupos continuos de transformaciones, la condición necesaria para que pueda realizarse la llamada *esencialidad de los parámetros,* es que, para ningún punto del campo de variabilidad, el determinante funcional sea igual á cero.

2.° Para que una serie sea convergente, es *necesario* que su término general tenga por límite cero.—Si los términos de una serie *alternada* van constantemente descendiendo en valor absoluto, y tienden á cero, la *serie es convergente.*

Hesse entrevió el teorema del anulamiento del *hessiano*, como condición necesaria y suficiente para

la reducción de las formas binarias, en transformaciones lineales — que no pudo demostrarse hasta Gordan—Noether.

$$H = (ab)^2 a_x^{n-2} b_x^{n-2}.$$

VI

§ 183. *De la constancia en la relación harmónica.* Existe una relación entre las notas de símbolo y los símbolos de un sistema continúan el carácter fundamental de una serie.

I. Si dos superficies tienen una línea de curvadura común, se cortan bajo el mismo ángulo en todos los puntos de esta curva. *(Joachimsthal).*

$$\text{II. } S^p - \frac{M_1}{N} S^{p-1} + \frac{M_2}{N} S^{p-2} - \ldots\ldots \pm \frac{M_p}{N} = 0.$$

En esta fórmula, en que los cocientes $\frac{M}{N}$ son funciones abelianas, la nota *S* se desdobla, abrazando á la función. Y cuando *S* se califica (S^p), aún queda una nueva posición en la calificación (1, 2, 3..... p): este segundo signo es el que, en adelante, tomará M.

III. Si por las extremidades de tres semidiámetros conjugados se hace pasar tres secciones circulares paralelas, la suma de las áreas de estas tres secciones, es constante. (Teorema de Brassine).

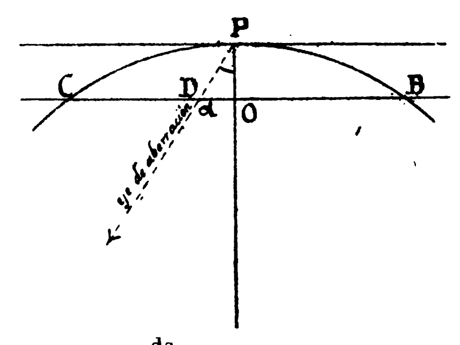
§ 184. *La relación harmónica elemental impone un nuevo contacto al símbolo.*

La función de Dirichlet es tal, que, para todos los valores de *x*, es *cero;* pero es igual á 1, para todos los valores irracionales de *x*.

§ 185. *Puntos críticos* de una función son aquellos en que esta función deja de ser ó finita, ó continua, ó monódroma ó monógena. *Puntos de ramifi-*

cación son puntos críticos al rededor de los cuales la función deja de ser monódroma. *Cero* es un punto de ramificación para la función $\sqrt{x}$, para la función *lg. x*.

§ 186. ***En una relación de valores geométricos, cero es el símbolo de la contención absoluta.***



I. La relación $\frac{ds}{d\varrho}$ (*s*, longitud del arco, ϱ el radio de curvadura en O) es llamada por Newton «cualidad de la curvadura».

En el círculo, el ***eje de aberración*** es cero, se identifica con la normal en el punto P. El cero es la contención absoluta de una calidad, como en el caso ya estudiado de las coordenadas cartesianas.

II. En la geometría no euclidiana, el ángulo de paralelismo subsiste: cuando se reduce á cero, se entra en la geometría de Euclides.

§ 187. ***Todo símbolo es reclamado y constituído por su contrario.*** Existe al menos un punto proyectivo; y, si *a* es un punto proyectivo, existe por lo menos un punto proyectivo diverso de *a*. (Postulado de Mario Pieri, fundamento de la Geometría proyectiva, y del teorema de Staudt).

§ 188. I. Si una serie de funciones analíticas converge en un campo *C* del plano convexo, existen campos conexos que forman un grupo numerable, en cada uno de los cuales la serie converge en igual grado y tales que un punto cualquiera de *C* ó cae dentro de uno de ellos, ó es punto límite de puntos internos á tales campos. *(Osgood).*

II. Tres segmentos de longitud y dirección arbitrarias, que parten de un punto y están en un plano, pueden siempre considerarse como la proyección, paralela el plano, de tres segmentos iguales, que parten de un mismo punto, situados sobre tres ejes perpendiculares. *(Pohlke),*

VII

§ 189. *De symbola extincta.* La disolución de un símbolo es un proceso comparable á su genealogía. Un símbolo puede disolverse: 1.° *por absorción.* Paso á un concepto más general.—La «función adjunta» de Gauss, entra así en el caso particular de una contravariante:

$$\Delta F = \frac{d\Delta}{da_{11}} X_1^2 + \frac{d\Delta}{da_{22}} X_2^2 + \ldots\ldots\ldots$$
$$+ \frac{d\Delta}{da_{mm}} X_m^2 + 2\frac{d\Delta}{da_{12}} X_1 X_2 + \ldots\ldots\ldots$$
$$+ 2\frac{d\Delta}{da_{m1\,m-1}} X_{m-1} X_m.$$

2.° *por reflexión.* Como en el caso del símbolo limitante. El *punto afijo,* propuesto por Cauchy, para representar $a + b\sqrt{-1}$.

§ 190. *Absorción de un símbolo en otro.*

I. Si, en una ecuación de coeficientes enteros, todos los coeficientes, salvo el primero y el último, son

divisibles por un número primo, p, y si el último no es divisible por p^2, la ecuación es irreductible.

Este teorema de Eisenstein fué generalizado por Leo Königsberger á toda ecuación de la forma

$$F_0(x)\, y^n + (x-\alpha)\, F_1(x)\, y^{(n-1)} + \ldots\ldots$$
$$\ldots + (x-\alpha)\, F^{n-1}(x)\, y + (x-\alpha)\, F_n(x) = 0$$ [1]

II. Tránsito de la variación de un integral definido simple á la variación de integrales múltiples. La fórmula de Ostrogradsky:

$$\delta I = \int\!\!\int \delta F\, dx\, dy + \int\!\!\int \left[\frac{d}{dx}(F\,\delta x) + \frac{d}{dy}(F\,\delta y) \right] dx\,dy$$

deriva de

$$\delta I = \int_{x'}^{x''} \delta F\, dx + \int_{x'}^{x''} \left(\frac{dF}{dx'}\,\delta x' + \frac{dF}{dx''}\,\delta x'' \right) dx + \Big[F\,\delta x \Big]_{x'}^{x''}$$

§ 191. ***Ningún símbolo tiene en sí su definición. Toda definición del símbolo supone la imposición.*** La teoría del *segmento*, signo común á la recta y á toda clase de líneas abiertas, encarna esta ley. La imposición general es ésta: «se puede siempre asignar un punto que cae dentro de un segmento rectilíneo dado» *(postulado 2.° de Pasch)*. Pero el símbolo es siempre una entidad inestable, en el cual lo fundamental es su idea, y ésta sólo aparece clara en la genealogía: «Si *A* y *B* son puntos cualesquiera, puede escogerse el punto *C* de modo que *B* caiga siempre dentro del segmento *AC*» *(postulado 6.° de Pasch)*.

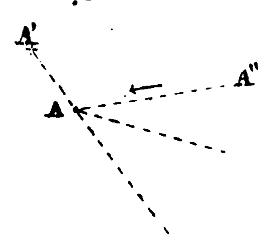
---

(1) *Journ. f. die reine und angew. Math.*, t. 115 — 1895, p. 53.

Si el símbolo adquiere su estabilidad, no la cambia por una imposición menor ó contradictoria:—«Si el punto *C* cae en el segmento *AB*, el punto *A* cae fuera del segmento *BC*» *(postulado 3.º de Pasch)*.—«Si el punto *C* cae dentro del segmento *AB*, todos los puntos del segmento *AC* son, al mismo tiempo, puntos de *AB*» *(postulado 4.º de Pasch)*.

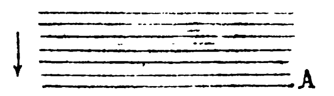
VIII

§ 192. *Genealogía del plano, por el principio de continuidad y de la imposición de un carácter.*



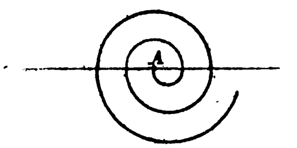
I. 1.º Todos los rayos perpetúan aquí un carácter: la *situación*. La dirección puede ser opuesta, la longitud diversa; pero todos conservan una *situación*, construyendo el espacio de *A* á *A'* y de *A'* á *A''* etc.

2.º Se conserva la *dirección* y la *situación:*



3.º Se perpetúan tres caracteres: *dirección*, *situación* y *longitud*.

4.º Consérvase la *dirección* y la *situación*, prescindiendo de la longitud.



5.° Se conserva *sólo* la situación, que es el elemento más irreductible del plano.

II. En un segundo momento de la investigación, se consideran los signos ya constituídos, y se proyectan sobre un plano. De la sobreposición y del contacto de ellos, resulta la superficie.

§ 193. En último término, todas las definiciones del primer grupo se refieren al segundo, pues nada podemos prejuzgar sobre la situación de *a* en ..... *x* punto del espacio, si antes no partimos de una imposición. Pero el movimiento del punto *a* hacia *x* no puede tener, *lógicamente*, la explicación en sí mismo. Así, pues, se transforma el concepto de «situación», y se engendran todas las superficies posibles.

La teoría de los *puntos congruentes* favorece la investigación en esta parte, y explica que la «dirección» se transforma, cuando se refiere á un concepto lógico. Sea *ab*, *cd*, parejas de puntos: 1.° existe un movimiento que sobrepone *a* en *c* y *b* en *d*; 2.° existe un movimiento que sobrepone *a* en *d* y *b* en *c*. *Pero* esto supone un cambio de dirección. Y, sin embargo, no puede negarse la congruencia á estos puntos, lógicamente y algébricamente considerados.

§ 194. *Perpetuidad de la nota, en su evolución.* El género de una curva es igual al género de su transformación por una sustitución racional. (Riemann, Smith, Halphen).

§ 195. *Integridad de las imposiciones y de los símbolos.* La suma, la diferencia, el producto ó el cociente de dos funciones continuas, son también fun-

ciones continuas. Toda expresión racional, constituída por medio de funciones continuas, es también continua, si el denominador es cero.

CAPÍTULO III

§ 196. Consideremos un rayo que atraviesa diversos medios refringentes; multipliquemos el camino recorrido en cada uno de los medios por el índice de refracción correspondiente, y adicionemos todas estas longitudes: esta suma es lo que nosotros llamamos la longitud óptica del rayo. (Helmholtz, *Optica*, II parte, § 19.)

Los que tengan presente el teorema de Helmholtz sobre la refracción de rayos no homocéntricos, podrán comprender que tal teorema—en sus elementos lógicos — es una continuación de la imposición fundamental de que ha surgido la definición de la longitud óptica de un rayo. En efecto, el analista se propone la ley de refracción en los términos expresados por el teorema siguiente: «La longitud óptica del rayo, comprendido entre dos de sus puntos, tomados uno en el primer medio, y otro en el segundo, es un valor — límite (máximo ó mínimo).» Los términos lógicos de esta proposición son, pues: 1.º fijación de la distancia; 2.º límite de la relación.

§ 197. Cuando se proponen los problemas, el requisito, muchas veces *esencial*, no es sólo demostrar que es soluble, sino que sólo tiene una solución. Recuérdese la historia emocionante del problema de los isoperímetros. La carta en que Juan Bernouilli relata al Dr. Basnage las vicisitudes del célebre duelo científico, es un documento inestimable para el filósofo; se presentaron, desde luego, los espí-

ritus despreciativos, que desdeñaron, en Holanda, ocuparse de un problema «bueno sólo para alemanes». El gran geómetra los compara al *renard* de la fábula: *spernit indoctus quod nequit assequi*. Newton publica en las *Transacciones* la solución anónima; pero Bernouilli lo reconoce «ex ungue leonem.» Pero le hace un reparo, y lo funda precisamente en la condición que examinamos. (Juan Bernouilli, *Opera*, Lusannae, MDCCXLII, t. I, p. 196): «Sería de desear que M. Newton hubiese hecho como nosotros, es decir, que hubiese publicado también el método que lo ha conducido al conocimiento de la curva buscada; pues de esto saca provecho el público, ó, por lo menos, si ha querido ocultar el análisis no habría hecho mal, y no haría mal, con afirmar su construcción mediante una demostración sintética, tal como le sugiriera mi método; por el cual pruebo, á la manera de los antiguos, que no hay más que *una línea curva trazada de un punto á otro según la cual el cuerpo pesado desciende en el menor espacio de tiempo*, y que esta curva es la *cicloide común*, ó, como algunos la llaman, la ruleta; lo que destruye enteramente el pensamiento de cierto matemático (1) de primera fuerza, que creía que había varias líneas curvas que satisficiesen al requisito.» No se trataba, pues, sino de fijar la *curva*, que es una; pero los métodos pueden ser varios, y el mismo Bernouilli declara que usó dos métodos — uno directo y otro indirecto — de los cuales sólo publicó uno; Leibniz, en cambio, llegó al descubrimiento de una bellísima propiedad de la cicloide, que dió ocasión á Bernouilli á comparar esta curva, en sus aplicaciones, con la cuadratriz de Dinóstrato.

§ 198. El descubrimiento no es sino la visión rápida de la capacidad del símbolo para recibir impo-

(1) Tschirnhausen, el autor de la *Medicina mental*.

siciones. Las mismas aberraciones pueden ser un excitante para el libre juego del espíritu, y de esto pueden ponerse y recordarse infinidad de ejemplos. Con dificultad se hallaría en la historia moderna un sabio tan bizarro como Keplero; y precisamente aquella *continua persecución* de las misteriosas propiedades de los números, produjo en su espíritu el estado necesario de excitación para dar nuevas relaciones (*Mac Laurin*, Newton, etc., p. 48). «Kepler tenía una pasión particular por hallar analogías y harmonías en la Naturaleza á la manera de los pitagóricos y de los platónicos; y á esta disposición somos deudores de varios importantes descubrimientos, más que suficientes para excusar su imaginación. Él mismo nos dice que, desde su más tierna juventud, investigó con ardor las razones de tres cosas: por qué los planetas eran en número de seis, por qué las dimensiones de sus órbitas eran tales como las había descrito Copérnico, cuál era la analogía en la ley de sus revoluciones. Investigó las razones de los primeros problemas en las propiedades de los números y de las figuras planas, pero sin éxito. Al fin, pensando que, mientras que el número de las figuras planas regulares era finito, los sólidos regulares no eran más que cinco, como Euclides había demostrado antes, se imaginó que este límite notable en la ciencia de las cosas le podría hacer descubrir ciertos misterios pertenecientes á la Naturaleza, tanto más cuanto que vió que los pitagóricos habían hecho gran uso de estos cinco cuerpos regulares en su Filosofía. Se esforzó, pues, en hallar alguna relación entre las dimensiones de estos sólidos y los intervalos de las esferas planetarias; é, imaginando que un cubo inscrito en la esfera de Saturno tocaría por sus seis planos la esfera de Júpiter, y que los otros cuatro sólidos regulares correspondían también á los intervalos que hay entre las esferas de

los otros planetas, se persuadió de que aquí estaba el por qué los planetas principales eran precisamente en número de seis; y que el Autor del Mundo había determinado sus distancias al Sol, el centro del sistema del Universo, según esta analogía»...

Movido siempre por la harmonía, Keplero, al enunciar la ley de los tiempos periódicos, se consideró de acuerdo con su punto de partida; pero sus observaciones se presentaban siempre como nuevos obstáculos, y el especulador trataba siempre de conciliar.

«Cuando Keplero vió que esta disposición de los cinco cuerpos regulares, entre las esferas planetarias, no se acomodaba á los intervalos que existen entre sus órbitas, según las mejores observaciones. trató de descubrir algunos nuevos sistemas de armonía. A este fin, comparó los movimientos del mismo planeta con su distancia, mayor ó menor, y se imaginó ver una semejanza con la división de la octava, en música»...

Pero las mismas, ó análogas, consideraciones, llevarán á Huygens al estancamiento: «Huygens, uno de los más grandes geómetras y astrónomos que ningún siglo haya producido, nos ofrece un ejemplo más reciente de este ardor por buscar analogías entre las materias de especulación abstracta y la constitución de la Naturaleza. Cuando hubo descubierto su satélite de Saturno, hizo con nuestra luna y los cuatro satélites de Júpiter el número completo de sus planetas del segundo orden entonces descubiertos: y porque los planetas principales son también en número de seis, y este número se denomina por los matemáticos *número perfecto* (siendo igual á la suma de sus partes alícuotas, 1, 2, & 3) Huygens se imaginó que el número de los planetas era completo, y que era inútil buscar otros.»

§ 199. La ciencia no consiste, en su mecanismo

intelectual, sino en esta substitución de símbolos que se someten á nuevas imposiciones, y de imposiciones insuficientes que reclaman nuevos símbolos. El principio del *ahorro de experiencias*, que ha hecho de la Exposición de Ernesto Mach una de las obras más originales de esta época, informa todo el mecanismo de la concepción y del descubrimiento, como *definiciones racionales*.

§ 200. Pero la constitución de una ciencia de *primeros principios*, «desiderata» de todos los investigadores, desde Damascio el Diadoco hasta Heriberto Spencer, sólo puede ser realizada sobre la base de una *definición* más amplia de la ciencia misma: desde el punto de vista de una contemplación de los símbolos, como *genealogía*. Cuatro largos comentarios á cuatro definiciones de la materia (como lo que ocupa un espacio, como lo móvil en el espacio, como lo dotado de fuerza motriz, como lo capaz de despertar sensaciones) forman en Kant los *primeros principios metafísicos de la Ciencia de la Naturaleza*, que opondrá á los *Principia* newtonianos. Es todavía Leibniz discutiendo contra Clarke. Pero una definición-connotación no puede ser el principio absoluto, *primero* de las especulaciones.

PARTE SEGUNDA

Porismas

1

En un sistema de símbolos, el primero puede constar de una nota en doble posición. La relación de la primera posición con la segunda, varía, según la calificación previa de todo el sistema.

La expresión de la curva equipotencial de Cayley en coordenadas bipolares, será:

$$\frac{m}{\varsigma} + \frac{m'}{\varsigma} = \frac{k}{a}.$$

2

Contacto de un símbolo con otro, en que el primero se considera como lugar lógico de determinaciones.

Existe á lo menos una superficie cuyos radios de curvadura principales están ligados por una relación (superficie de Weingarten) y que, al mismo tiempo, es una superficie de Joachimstal.

3

Grupos de símbolos homólogos, están en una relación harmónica.

Dados dos círculos, en un plano, no concéntricos: 1.°, existen infinitos círculos que, tomados dos á dos, tienen por eje radical la recta de los centros de los dos círculos dados; 2.°, existen infinitos círculos que, tomados dos á dos, tienen por eje radical el de los círculos dados.

4

En todo trayecto de imposiciones graduadas, existe: 1.°, una nota variable; 2.°, un símbolo limitante; 3.°, una relacion harmónica.

$$A + Dx + by + Dx^2 + Exy + Sy^2 f \ldots\ldots$$
$$Px^n + Qx^{n-1}y + \ldots\ldots + Rxy^{n-1} + Sy^n = 0.$$

es la ecuación general, en coordenadas cartesianas, de una curva de orden *n*, que puede ser encontrada por una recta en *n* puntos reales ó imaginarios.

5

Un símbolo es tanto más capaz de contactos, cuanto mayor es el número de sus expresiones.

$$F(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

$$F(\varphi_1 k) = \int_0^{\varphi} d\varphi \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}$$

$$\pi(\varphi_1 k_1 a) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{(1 - k \operatorname{sen}^2 \varphi)\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

son las expresiones de las integrales elípticas, en los tres tipos de Legendre. (k = módulo. a = parámetro. φ = amplitud.)

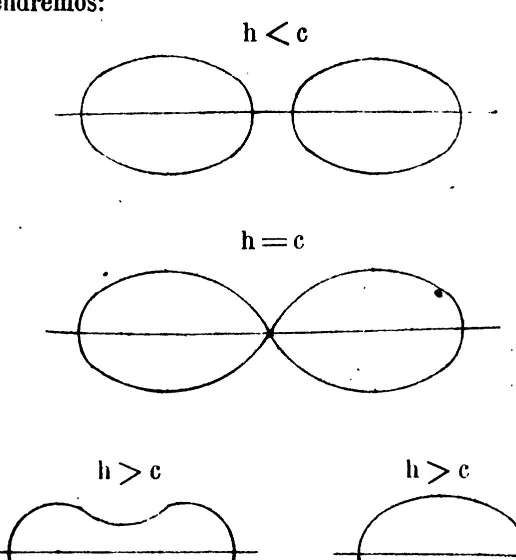
6

Si un símbolo es susceptible de varias expresiones, cada expresión calificada es origen de un nuevo símbolo.

$$(x^2 + y^2)^2 + 2c^2(y^2 - x^2) + c^4 - h^4 = 0$$

es la casinoide, lemniscata, elipse de Cassini. En esta curva, el producto de cada uno de sus puntos á dos puntos fijos, es *constante*. Cuando este producto es igual al cuadrado de la semidistancia de los puntos fijos, se llama lemniscata de Bernouilli.

Si c = semidistancia de los puntos fijos,
h = producto constante de los radios vectores,
tendremos:



7

Calificación uniforme de las notas.

$$(\alpha, \beta) = \Sigma \left(\frac{d\alpha}{dxi} \frac{d\beta}{dpi} - \frac{d\alpha}{dpi} \frac{d\beta}{dxi} \right) \quad \textit{(Poisson).}$$

8

Existe una nota simétrica de otra nota, incorporada á un sistema de símbolos.

Problema: Dadas dos áreas planas, *A* y *A'*, determinar una función monódroma y monógena $z' = f(z)$ de z, tal que, á un punto z del área *A* corresponda un punto y uno solo, z', del área *A'*, y viceversa.

9

En un símbolo compuesto, las tres posiciones de una nota, son: el contacto distante, la posibilidad del contacto y el contacto.

$$\overline{\Gamma}(a) = \int_{-\infty}^{-(0)} e^u u^{a-1} du.$$

En este integral, estudiado por Pochhamer, la variable *u* ocupa las diversas posiciones indicadas.

10

Los símbolos simétricos son permutables.

1.° La variación del integral es igual al integral de la variación:—Para el caso más sencillo .

$$\int_{x'}^{x''} y dx.$$

La diferencia,

$$\int_{x'}^{x''} (y + \delta y)\, dx - \int_{x'}^{x''} y\, dx = \int_{x'}^{x''} \delta y\, dx.$$

2.° Toda transformación es permutable con la propia inversa

$$SS^{-1} = 1 = S^{-1} S.$$

3.° Las funciones son permutables respecto de sus argumentos $d\,\delta f = \delta\, df$.

11

Una serie, aplica su «carácter» á cada uno de los términos de que se compone.

«Se razona del siguiente modo, en geometría, cuando se trata de *maximis et minimis*. Si el trayecto de *A* á *B*, que se propone, es el más corto posible, y si este trayecto pasa por *b*, es preciso que el trayecto de *A* á *b*, parte del primero, sea también el más corto posible.» (Leibniz, *Teodicea*, II parte, § 212).

12

Los métodos de aproximación no son sino la imposición á la medida de un nuevo concepto calitativo.

En la Geometrografía se discute la cuestión: *nf* rectas que deben concurrir en un mismo punto, son determinadas experimentalmente, y por consecuencia, no concurren *exactamente*. Se impone, pues, hallar el punto más probable de intersección. Y «hay un punto tal, que la suma de los cuadrados de sus distancias á las *n* rectas, es un minimum.»

13

El progreso, en el Cálculo de las diferencias finitas, consiste: 1.° En la triple expresión del polino-

mio de interpolación, en las fórmulas de Newton, Lagrange y Hermite. 2.° En las aplicaciones de este polinomio al cálculo aproximado de las cuadraturas (fórmulas de Simpson, Cotes, Gauss).

14

El símbolo progresa por contactos cualitativos. Y esta es la condición elemental y necesaria del progreso en Matemáticas. La teoría de los ejes y centros radicales de los círculos, de los planos y centros radicales de la esfera,—*teoría basada en consideraciones métricas*—fué transportada al campo puramente geométrico. (Lazzeri y Bassani).

15

Invariabilidad de las relaciones harmónicas. Si se corta, mediante una recta, un haz de cuatro rectas que pasan por un mismo punto *S*, la relación anharmónica de los cuatro puntos, permanece constante cuando se desplaza la recta.

16

Transformación homogénea del símbolo.

El problema de la deformación de superficies, depende de la ecuación diferencial $s^2 - rt = pt\,F(x)$. Resolviéndola, se consigue que una serie de secciones planas de planos paralelos se convierta en otra serie de secciones planas de planos paralelos.

17

Movilidad del símbolo, y su libración de cero al valor negativo.

El caso, tal vez más célebre, en Mecánica es

el de la fórmula $\Delta V = -4\pi\varphi$, debida á Poisson. En esta fórmula, ΔV, al pasar por la llamada «superficie de separación», lo hace bruscamente, desde el valor 0 al valor $-4\pi\varphi$.

18

La transformación homogénea de un símbolo, supone la inversión.

El quaternion conjugado del producto de dos quaternions es igual al producto de los conjugados de estos factores, multiplicados en orden inverso.

El módulo de un producto de quaternions es igual al producto de los módulos de los factores.

$$A . K . A = s^2 + x^2 + y^2 + z^2 = (TA)^2.$$

19

Ley de propagación de un carácter.

1.° $z' =$

$$\int_0^z \left(a - z\right)^{\alpha-1} \left(b - z\right)^{\beta-1} \ldots\ldots \left(l - z\right)^{\lambda-1} dz.$$

(integral de la representación conforme).

2.° $$\text{Arc. tg } x . = \cfrac{x}{1 - \cfrac{x^2}{3 - \cfrac{x^2}{5 \ldots\ldots}}}$$

(fórmula de Lambert, que demuestra la inconmensurabilidad de π).

3.° $f(x - \alpha,\ y - \beta,\ z - \lambda) = 0$

(ecuación general de las cónicas).

20

Génesis de algunos emblemas, que entran en la adición de las cotangentes.

La función
$$\xi(u) = \frac{\tau'(u)}{\tau(u)}$$
$$f(u) = \frac{1}{u} + \Sigma\left(\frac{1}{n-m} + \frac{1}{m}\right).$$

21

Posiciones de e *y de la nota* ξ, *como modificante y anulado (reducido á la unidad).*
$$F(x) = \left[\frac{e^{\xi x} + e^{(1-\xi)x}}{e^x - 1} - \frac{2}{x}\right]\frac{1}{x}.$$
(función de Hermite).

22

Contacto reentrante.

1.° $$f\left(\frac{y^2}{n} - \frac{z^2}{r}, \frac{z^2}{r} - \frac{x^2}{m}, \frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n}\right) = 0$$
(ecuación general de las superficies que admiten todas las superficies de simetría de las superficies poliedrales).

2.° $$X + iY = (x + iy)^2$$
(transformación isogonal).

23

En un sistema de símbolos homólogos, las notas son homólogas.

La condición necesaria y suficiente, para que un sistema *B* sea divisible por el sistema *A*, consiste en que los divisores elementales del sistema *B* sean múltiplos de los divisores elementales correspondientes del sistema *A*. *(Kroneker, Vorlesungen über Math.*, II, 26, p. 263).

PARTE TERCERA

Del Axioma

Capítulo Primero

I

§ 201. La geometría es el *razonamiento geométrico* y la aritmética el *razonamiento aritmético*. El estudio directo de la matemática, para su definición, nos conduce á un concepto diverso, *opuesto*, del de «ciencia de la cantidad». Su esencia no está en medir la cantidad, sino en tomarla continuamente como símbolo, para nuevas imposiciones. El espíritu de Newton era éste, y todos sus discípulos permanecen fieles á este punto fundamental. La *cantidad de materia* y la *cantidad de movimiento*, de que se parte en los «Principios», son medidas referibles: la primera á la densidad y al volumen; la segunda, á la masa y á la velocidad (1). Frecuentemente se lee, en los

---

(1) Quantitas materiæ est mensura ejusdem orta ex illius Densitate, & Magnitudine *conjunctim*. — Quantitas motus est mensura ejusdem orta ex Velocitate, & Quantitate Materiæ *conjunctim (defs.* I y II).

Principios, que sólo se ofrece el «medio de elevarse». En esta idea estaba justamente inspirado Clarke, cuando rechazaba una acusación apasionada é injusta de Leibniz. Como se recuerda, Leibniz, en la carta á la princesa de Gales, que promovió la polémica, acusaba al sistema newtoniano del deplorable estado en que se hallaba en Inglaterra la especulación y hasta la piedad. Y Clarke *(primera réplica*, 1): «Es verdad que hay personas que hacen el alma material, y Dios mismo corporal; pero estas gentes se declaran abiertamente contra los principios matemáticos de la filosofía, que son los únicos principios que prueban que la materia es la más pequeña y la menos considerable parte del Universo». Ya siempre conservará esta posición, desde donde Mac Laurin hará aún aquella genial exposición de los descubrimientos del maestro.

La *medida*, como todo otro factor ó elemento cuantitativo, es impuesta por el matemático á las cosas. Y el carácter necesario de tal imposición, nacido del método, es lo que define como ciencia cualitativa la Matemática. Stuart Mill ha tenido un momento felicísimo, respondiendo al conocido argumento de Hamilton sobre la facilidad del estudio de la Matemática: «La resolución de una ecuación puede reducirse al procedimiento mecánico de la adición. Pero la reducción de la cuestión á una ecuación, no es un procedimiento mecánico, sino una operación que, según su grado de dificultad, exige casi todos los grados del talento.»

§ 202. El mundo matemático no implica un mundo matemático, sino lógico, y el mundo lógico no tiene la explicación en sí. Si la temperatura, en un punto de la tierra, fuese desarrollable en series de Taylor, según las potencias del tiempo, bastaría conocer la temperatura durante un día para poder predecirla en cualquier época. *Pero* toda la dificul-

tad consiste precisamente en reducir *todas* las funciones que son desarrollables, á una serie determinada. Esto es lo que ha hecho decir recientemente á un gran sabio: «de una generación á otra, la evidencia matemática no es la misma». El elipsoide de polarización, en óptica, no cambia con la dirección de la onda, y el elipsoide de Hadamard, ya varía con tal dirección.

Este nuevo mundo, que explica lo matemático, es su *genealogía* misma; pero en él no se halla tampoco la *definición de la Ciencia*.

§ 203. Los *Porismas* desarrollados, así como los teoremas expuestos al principio de este libro, y de los cuales las demás cuestiones son una aplicación, representan los fundamentos de una Matemática *definida* como ciencia de la calidad. La aspiración constante de los investigadores, desde Dámascio, ha sido constituir una ciencia de primeros principios. Y el ejemplo más animoso lo ha dado Kepler, deduciendo de una proposición general los siete axiomas de la armonía.

Este optimismo intelectual parte de la potencialidad de la Ciencia, en cada momento de la especulación (*Intr.*, §§ 8, 9.). Yo concibo perfectamente un estado mental y una época en que todo lo que es *cantidad* es concebido como un símbolo. Se renunciaría, pues, á la distinción entre *número* y *fenómeno*. Este, como resultado sintético, tiene una realidad absoluta en sí, y nosotros lo conocemos en lo que es. El fenómeno no es la apariencia de las cosas, sino la expresión sintética de su esencia íntima. Hay entre número y fenómeno la relación de un proceso lógico inductivo con sus elementos primordiales. Pero no podría llamarse *apariencia*, en ningún caso, al resultado de esa inducción. El número es un conocimiento gradual de las cantidades y de sus cambios, y la percepción ó intuición pura de los deseos y las ten-

dencias. Pero nuestra *lógica* quiere un fondo sustancial del proceso de síntesis ó de construcción, así como del proceso afectivo. Esta última exigencia del entendimiento sólo puede sostenerse, á condición de que en el primer principio de una genealogía no entre ningún elemento de nuestras *construcciones*. La síntesis tendría más carácter dinámico que lógico, y su esencia podría definirse con un término análogo al «ponibilitas» de los geómetras antiguos. Así, no podría definirse como Voluntad ni como Substancia, ni como Razón, etc.

§ 204. Semejante estado mental, supone *inmediatamente* un límite al progreso de una ciencia deductiva. Este límite lo ha visto con extraordinaria fuerza Mach, en nuestros días, y con más precisión Chasles, en el clásico *Aperçu:* «Puede quien quiera, en el estado actual de la ciencia, generalizar y crear en geometría: el genio no es ya indispensable para añadir una piedra nueva al edificio...» «En la geometría antigua, las verdades estaban aisladas; era difícil imaginar y crear otras nuevas; no era geómetra el que quería. Hoy, cada cual puede presentarse, tomar una verdad cualquiera conocida, y someterla á los diversos principios generales de transformación: obtendrá otras verdades, diferentes ó más generales, y éstas serán susceptibles de semejantes operaciones, de suerte que se podrá multiplicar, casi al infinito, el número de las verdades nuevas deducidas de la primera...»

He ahí el punto de vista de toda esta exposición. Los *Porismas* son cuestiones fundamentales de una Ciencia de la calidad, como genealogía de toda matemática.

La psicología misma va á depender de este método. Este método parte *antes* de toda psicología, y su aplicación á otro orden de cosas tendrá por resultado definir la conciencia como «símbolo». Si las

cosas son axiomas ó proposiciones generales, á los cuales la emoción-tipo ha dado un *tono* (lugar en el espacio, modalidades, atributos, etc.), el problema *de origen* es el «tránsito de lo rítmico á lo plástico».

§ 205. Una genealogía de los símbolos es, pues, un problema colocado antes de toda crítica.

En el establecimiento de los porismas se parte de una posición esencialmente dialéctica. Se considera las fórmulas y figuras matemáticas como entidades que tienen en sí su razón de ser, y que evolucionan según leyes especiales. Yo concibo perfectamente un hombre que visitase un gabinete de geometría superior, tal como hoy aparece, abastecido por los esfuerzos de tantos especuladores, desde Beltrami. Un hombre así, podría ser atraído por la idea de considerar tales figuras (cuya representación exacta en vano querría buscar en los objetos corrientes) como *seres naturales*, sujetos á una ley constante de transformación.

En este punto de vista hemos procurado colocarnos en nuestros comentarios matemáticos.

Así, la introducción necesaria á toda genealogía de los símbolos sería una *historia* de esos seres naturales cuyas formas son impuestas directamente por el espíritu, como sus creaciones más íntimas. He aquí cómo el mismo Beltrami refiere la historia de esas expresiones: Ante todo, una observación, hecha al acaso por Lagrange, en una de sus *Memorias*, sobre las cartas geográficas, me ha conducido á averiguar si hay superficies representables con coordenadas curvilíneas u y v, de modo que las líneas geodéticas fuesen representadas por una ecuación lineal en u y v. En la Memoria del 66, hallé que tales superficies debían tener necesariamente la curvadura constante (positiva, negativa ó nula). Más tarde, en el *Ensayo*, demostré, *partiendo de este hecho*, que, en la hipótesis de la curvadura *negativa*, la

Geometría de estas superficies es idèntica á la de Gauss y de Lobatschewsky. En seguida, queriendo extender estas consideraciones al espacio, y retrocediendo ante las dificultades que presentaba la resolución, en el caso de 3 dimensiones, del problema ya resuelto por mí el 65, intenté construir la solución *à priori*, es decir por inducción, y, afortunadamente, lo conseguí, observado que, en lugar de la ecuación del *Ensayo* se puede escribir:

$$ds^2 = R^2 \frac{du^2 + dv^2 + dw^2}{w^2}, \; a^2 = u^2 + v^2 + w^2$$

fórmulas que, añadiendo una dimensión, sugieren estas otras:

$$ds^3 = R^2 \frac{wdt^2 + du^2 + dv^2 + dw^2}{w^2}, a^2 = t^2 + u^2 + v^2 + w^2.$$

Comprobé, pues, que *dos* ecuaciones *lineares*, entre las tres variables *t*, *u*, *v*, definen una línea geodética, es decir, $\delta \int ds = 0$. Mas, apenas conseguí este resultado, cuando desarrollé de un modo prolijo, y con ayuda de variables auxiliares (especie de coordenadas polares no-euclídeas) comencé á sospechar si el teorema sería verdad para cualquier *a*, y, comprobando esta conjetura, llegué á la demostración que forma el principio de la *Memoria* sobre los espacios de curvadura constante. Más tarde, cuando conocí la teoría de Cayley, me dí cuenta de que su *absoluto* era precisamente aquel lugar *límite* que yo obtenía de la ecuación $w = 0$, ó sea $x = 0$, y comprendí que la identidad de los resultados era debida á la circunstancia de que en la geometría proyectiva (analítica) se admite que las ecuaciones lineares representan líneas de mínima distancia, así es que esta geometría estudia los espacios de curvadura constante (1).

(1) *Atti della R. Acc. delle scienze di Torino*, v. XXXV, disp.ª 8.ª, 1899-1900.

II

§ 206. En esta historia imparcial de que hemos supuesto partía la genealogía, un símbolo es considerado como un orden lógico de sucesiones: y todo el «problema del conocimiento» — problema inmortal, como el espíritu que lo propone — se resume en el tránsito de lo *rítmico á lo plástico*, de la tendencia á la expresión, y de la sucesión á la coexistencia. Una Aritmética fundada en estas nociones, sería la ciencia de la calidad pura, ó de la «cantidad *definida* como símbolo». Si el número, antes de ser la *medida* ó la *situación* de la cantidad, es la ley que impone esa medida, la Aritmética que maneje estos números será la *Ciencia del tiempo puro* (Hamilton), ó el *Cálculo de la sucesión* (Morgan).

§ 207. No parece muy desproporcionado el empeño de ver pronto fundada una ciencia deductiva sobre estas bases, hoy que Ostwald nos ha hecho asistir al espectáculo de una *química sin átomos* (1). Yo recuerdo haber oído á un gran químico de Italia afirmar que, á su juicio, con las hipótesis de Clausius y Maxwell, el materialismo había dado todo lo que podía dar de sí, y que la mecánica de los átomos debe colocarse entre las «ilusiones del *secolo scorso*» (2). Como se recuerda, para el materialismo de 1872, y para su representación oficial, la explicación del Universo consistía en reducir el mundo á un sistema de átomos, ligados por medio de ecuaciones. Aun los más arriesgados consideran hoy provisoria toda fórmula que arranque de la hipótesis molecular; y el talento más admirable que se ha dedicado á es-

---

(1) *Grundlinien der anorganischen Chemie* (1900).
(2) Ciamician, *I problemi chimici del nuovo secolo* (1903).

tos problemas, pudo escribir hace ya tiempo: «No puede desconocerse la tendencia de nuestra época, que se esfuerza por desarrollar cada vez más la concepción termodinámica en detrimento de la concepción molecular, lo que justifica, por otra parte, el carácter hipotético de esta última. No obstante, es aún necesaria provisoriamente, y, colocándonos en su punto de vista, continuaremos representando los fenómenos de equilibrio por un símbolo que expresa de una manera figurada la idea que se forma del mecanismo». *(Leçons de chimie physique, par Van't Hoff*, I parte, p. 9).

En otro orden de investigaciones, las tentativas de explicación mecánica del principio de Carnot han producido una crisis muy larga de la foronomía. Y un analista como Picard, ante las dificultades crecientes de la mecánica celeste, escribía: «allí donde los Lagrange y los Laplace hallaban todas las cosas sencillas, encontramos hoy las más serias dificultades». Poincaré ha demostrado que las series empleadas en Mecánica celeste no son siempre convergentes, y ha propuesto la restricción del número de las integrales primeras uniformes.

La *ciencia* reduce á sus elementos esas síntesis que se llaman «nuestras percepciones». La residencia, en el yo, de cuantos datos ó descubrimientos hace un *sabio*, es un hecho que se comprueba con el estudio de las sensaciones acústicas ó luminosas. En el fondo, un campesino, un salvaje, un niño, «saben» (ven) los 450 billones de vibraciones del rojo. Para hacer esta síntesis *(ver el rojo)* han tenido que partir de sensaciones elementales, las cuales se han hecho un cuerpo. Si fuéramos capaces de hacer ingresar en la conciencia, en un momento dado, el cúmulo de *impresiones* que recibimos del mundo, la Ciencia no nos podría contar nada nuevo, con sus análisis. — Los partidarios de un origen empírico

de las nociones geométricas, usan un argumento ilegítimo cuando discurren sobre esta aparente dificultad: «Reducido á sí mismo, aislado de todo contacto, al espíritu no podría construir las ideas geométricas». En apoyo de este argumento suelen citarse los casos en que tales ideas parecen derivar con más evidencia de una fuente empírica: continuidad de las figuras, exterioridad de unas respecto á otras, superposición, etc. La escuela empírica (aquí como en otras tesis) aspira á dar legitimidad á una primera hipótesis que, ciertamente, es fundamental para sus concesiones; pero tal hipótesis es inverificable: «Reducido el espíritu á sí mismo», las construcciones geométricas — como *transmisiones*— desaparecen; pero ¿y en tanto que *expresiones?* Esta objeción, que el idealismo ha sabido contraponer con éxito, es muy justa. La génesis de una noción no puede deducirse de la hipótesis «de lo que sucedería si *todo contacto cósmico* fuese imposible». Aun dando legitimidad á este modo de prejuzgar las cuestiones, siempre se estará autorizado para deducir que — suprimido el contacto — la transmisión desaparece; pero pasar de aquí á cualquiera otra consecuencia, es temerario. La realidad de una *expresión* no puede destruirse por aquella hipótesis, ni por cualquiera otra de ella derivada. — La aplicación de ciertos términos usuales del lenguaje ordinario ha hecho que se introduzca en lógica una confusión en las operaciones fundamentales del espíritu. El tecnicismo ha creado un antropocentrismo que hace difícil la independencia del método. Las *escalas* baconianas, por ejemplo, han llenado de confusión todas las opiniones sobre la naturaleza de lo particular y aun sobre el límite y el carácter de las interferencias. *La dificultad no está, pues, en establecer los límites del conocimiento, sino en la incapacidad para fijar ningún límite.*

Capítulo II

I

§ 208. La unidad del individuo es una relación harmónica de sus partes. De esta relación deriva naturalmente la razón de persistencia del individuo en el espacio, en el tiempo, en el fin de la actividad, en la conciencia de sus relaciones. El individuo es una síntesis de razones universales; y cada una de sus partes continúa el carácter de la serie. La relación es inversa entre el decrecimiento de *organización* y el aumento de continuación del carácter; la parte, pues, continúa las unidades fundamentales de espacio, tiempo, causa y fin, acentuándose su carácter. — La percepción tiene siempre, como *base*, un principio alrededor del cual se agrupan los predicados. Fuera de ese límite, permanece la intuición preempírica de un no-límite, de una forma general posible de todos los fenómenos. A todos los análisis de Hume y de Kant del principio de causalidad, prefiero estas palabras de Proclo: «La causa de la pluralidad es la pluralidad misma — *según la causa* — así como lo uno, este uno que es causa de la unión, es uno *según la causa (in Parm.*, § 39). *Pero* veo ceder la dialéctica y el vuelo especulativo de Proclo cuando le veo caer en un pesimismo muy constante en Grecia, desde el verso de Parménides: «las cosas que existen según la opinión». Si la serie continúa su carácter, la participación debe ser completa, y el objeto sensible no es menos puro que el Ser Uno. La conciliación de esta dificultad es el objeto propio de una ciencia de los símbolos, definida como *genealogía*.

§ 209. Existe el tiempo, como medida de canti-

dades y de cambios; pero si *A* es un ser concreto ó una proposición, no puede hablarse en él sino de calidades, es decir de *contención absoluta* de toda determinación, en todos los momentos del tiempo. La idea de un ser, αχρονοσ está en el fondo de toda la discusión entre leibnizianos y newtonianos. — Clarke objeta á Leibniz: «El espacio y el tiempo son cantidades; lo que no se puede decir de la *situación* y del *orden*» *(3.ª réplica*, § 4). Leibniz pretende resolver la dificultad dando al *orden* los caracteres de la *cantidad*, en vez de extremar su mismo carácter cualitativo *(resp. á la 4.ª rép.*, § 54). Precisamente lo que se trata de establecer es que la conversión de Espacio y Tiempo á Orden, se hace por un nuevo *principio* de conocimiento.

§ 210. Si existe, pues, una ciencia de primeros principios, que arranca de una Aritmética como «cálculo de la sucesión», esta ciencia se propone, sobre todo, un problema, y parte de un postulado.

El postulado es el siguiente: después de establecidas las series lógicas (de idénticos, coeficientes, inferencias, contrarios, etc.) el espíritu conoce algo más que lo *Uno*. — Y el problema: Hallar las determinaciones *totales* de un símbolo (1).

Tales son las cuestiones fundamentales del método. Intuitivamente, están presentes y resueltas en todo espíritu que empieza á razonar. La *Genealogía* no es sino la vuelta á esas cuestiones, puestas ahora en la esfera reflexiva.

Un exceso de optimismo ha podido en alguna

(1) Este problema fué el punto obligado en las discusiones, en el siglo XVII: Mersenne proponía á Huygens: «dar 1000000000000 de números que se sucedan inmediatamente, de los cuales ninguno sea primo» *(Correspondance de Huygens*, pub. por la Sociedad holandesa de las ciencias, t. II, n.º 23, pág. 557).

época reducir el postulado y el problema indicados á términos distintos. En esta época, la especulación se ha desarrollado de este modo:

I. 1.º El espíritu tiene un *último* cognoscible.

2.º Lo *Uno* es lo último cognoscible.

3.º El *Principio* es algo que: 1.º es distinto de lo *Uno* y 2.º está más allá de lo Uno.

II. 1.º ¿Cómo el espíritu conoce lo Uno?

2.º ¿Cómo conoce lo incognoscible del Principio? Esta segunda cuestión se impone, pues el Principio es de tal modo incognoscible que ni siquiera tiene lo incognoscible por naturaleza. Además, lo Uno no podría conocerse á sí mismo, pues (no conteniendo ninguna cualidad) no puede haber en él un cognoscente y un conocido. «Nuestro conocimiento de lo Uno llega hasta un trabajo intelectual; pero, tratando de alcanzar el fruto y un pensamiento distinto, abortamos, caemos en los productos de este Uno, y á esto el filósofo Proclo le ha llamado, en su *Monobiblon,* el axioma de lo inefable, es decir, el axioma relativo al conocimiento que quiere parir lo Uno, como llama expresable el axioma concerniente al conocimiento organizado y distinto» (Damascio, *Primeros prnicipios,* § 29).

Con más elocuencia, con la misma sutileza, pero con menos profundidad, resucitará Fichte el debate; pero, al defender el derecho á la investigación y á la felicidad, por la tendencia *de lo vario á lo uno*, se fijará sobre todo en la harmonía de las facultades y del Yo puro con su esencia. El psicologismo se diferenciará así radicalmente de aquel optimismo demiúrgico y teológico que en Damascio justifica la filosofía *por el amor de Dios* (1).

---

(1) El genio humorístico desplegado en la *Clavis fichtiana seu leibgeberiana,* por Jean-Paul, halló con frecuencia puntos irrebatibles para la sátira de un sistema

§ 211. Los *porismas* suponen el postulado y preparan la resolución del problema; pero una matemática como Ciencia de la calidad se funda, sobre todo, en el tránsito de lo rítmico á lo plástico, cuestión esencial de la Genealogía.

II

§ 212. *División del canon. Teorema I de Euclides.* Si un intervalo múltiple, doblado, forma un nuevo intervalo, éste será también múltiple.

```
      1        2        3        4
D. |--------|--------|--------|--------|
B. |--------|--------|
G. |--------|
```

Sea *B* doble de *G*: sea además, G : B :: B : D. D es también múltiple de G. Pues bien, G : B :: B : D, de suerte que G mide también á B. *Luego D es múltiplo de G.*

Teorema II. Si un intervalo doblado forma un intervalo total, múltiple, es también múltiple.

Teorema IV. Si un intervalo no múltiple es doblado, el intervalo total no será múltiple.

Teorema X. La octava es un intervalo múltiple.

§ 213. El establecimiento de estos teoremas fundamentales, supone el conocimiento de un porisma

---

de «poliyoïsmo», fundado en millones y trillones de absolutos Yos y causas primeras: — Millionen, Trillionen absolute Ychs, primæ causæ, causæ sui aliorumque, unbedingte Reali = und Aseitäten oder Gotteiten — z. B. Weimeraner, Franzosen, Russen, Leipziger, Pestiger, Irokesen, Menschen aus allen Ländern und Zeiten — diese höchste Wesen kommen alle, und wachsen unaufhörlich nach und bringen ihre Universa mit (die ich noch dazu für vidimierte Kopien des meinigen kaufen sol)....

de que derivan: la continuación del carácter, en la serie. En este porisma está fundada la teoría de los puntos armónicos y del «cuadrilátero completo». Si puede construirse un cuadrilátero, se puede construir otros en número infinito.

Esta continuación del carácter, á partir de un primer término de la serie, explica el *movimiento* de las categorías, á partir de un principio primero. Cuando se ha partido del axioma «Omne A est A», que funda las relaciones de identidad, y del cual deriva la diferencia, se comprende que, para constituir un nuevo grupo de series lógicas, es preciso llegar al *límite* del objeto, y superarlo. Así se alcanza un límite, en que no se puede seguir imponiendo, y aparece lo contradictorio. Uno de los mayores servicios prestados á la filosofía por Kant consiste en haber simplificado el cuadro de las categorías, reduciéndolas á las *matemáticas* y á las *dinámicas*, y aún más en haber sintetizado ambas en la *noción del tiempo*.

Entre esta síntesis y la de Leibniz («orden de las sucesiones») nacerá directamente la dirección especulativa según la cual la Música es, de por sí, la materia de una Ciencia deductiva fundamental (1).

(1) Rameau. *Traité de l'harmonie* (Paris, MDCCXXII), lib. II, cap. XVI.—D'Alembert. *Elements de musique suivant les principes de M. Rameau.* (Lyon, MDCCLXII), *disc. prél.*—Euler. *Tentamen novæ theoriæ Musicaæ* (Petropoli, C | Ɔ | Ɔ CCXXXIX), caput. II, § 31, c. VII, § 24.—*Traité de l'harmonie universelle, par le Sieur de Sermes* (Paris, MDCXXVII); lib. I, teor. I, IV, XXV.

Al mismo orden de especulaciones corresponden también desde la *Pasilogia* de Vismes, hasta la obra de Helmholtz (III parte, c. XIII, XIX). Como precedentes, baste citar el *De Música*, de Francisco Salinas (Salamanca, 1577; lib. I, c. XXIII, c. VII); y, más remotos, los Elementos harmónicos de Aristóxenes, los Textos musicales, de Nicomaco de Gerasio, la Introducción harmónica, de Cleónides, los Teoremas de Euclides, obras todas

§ 214. I. Entre dos tetracordes semejantes en su forma (BE, *ad*) no puede colocarse un tetracorde desemejante.

II. Entre dos tetracordes desemejantes sucesivos (DG, *ad)* no debe colocarse un tetracorde (1).

El principio que funda ambos teoremas es el mismo de la permanencia de la expresión y de la unidad de una serie. El problema fundamental de la Simbólica es el mismo que el de la teoría del conocimiento: *hallar un signo que indique de un modo claro no sólo el acorde sino también su función tonal en la frase harmónica.* El conocimiento de lo particular supone ya la Ciencia absoluta de todos los principios que la reflexión descubrirá, *aislará* de los objetos. La cantidad y el nombre mismo de las cosas no son sino expresiones simbólicas de sus principios.

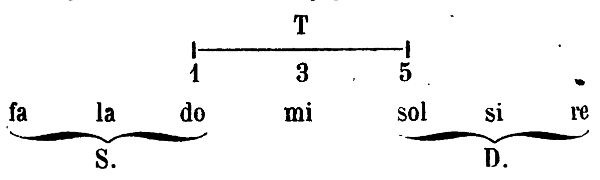
§ 215. *El término de extensión y el de comprehensión aplicados á los ideas, sufren, pues, una completa inversión.* Sin embargo, no es tal inversión la que importa, sino la mayor intensidad expresiva, revelada en la tendencia empleada en la construcción de lo individual. La *gradación* de atributos, según su mayor ó menor extensión, parte del proceso dialéctico *en la sensación.* De ahí toda la distancia que nos separa de aquella lógica que considera la comprehensión de las ideas: 1.°, como un contenido; 2.°, como un contenido limitado. Esto se ha hecho constar en el ensayo contra la proposición «pensar es condicionar», y en el examen de las tres tesis de la *Etica.*

---

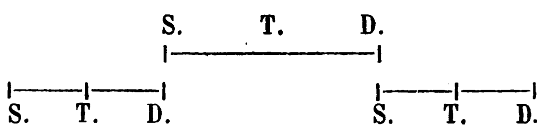
de que Ruelle dió traducciones y críticas. El mediocre diálogo de Plutarco ha sido no há mucho analizado desfavorablemente y publicado por Weil-Reinach.

(1) Elementos harmónicos de Aristóxenes, libro III, c. I, 9. (tr. Ruelle).

§ 216. Si he de hallar un signo tal que «indique no sólo el acorde sino también su función tonal en la frase harmónica», el *caso particular* será el atributo ya conocido de una ley general.



(*T*ónica, *D*ominante, *S*ubdominante).



Como se ve, es el caso sencillo de una inducción: Cada sonido («orden de sucesión») da necesariamente origen á toda la serie de sonidos inferiores, pero cada uno de los grados de esta serie está repetido un número de veces igual á su número de orden.

Para que yo razone un caso particular, es preciso que el campo ó lugar lógico de mis expresiones posibles sea una *serie*. Siempre hemos establecido: la demostración es la *sucesión*, y el teorema es la *coexistencia*. Un axioma es la coexistencia percibida con la claridad y la simplicidad de una sucesión.

El sonido aislado (orden de sucesiones) *es un acorde* y *el acorde* (serie de inferencias) *es un sonido*. El ritmo simple es á la medida y á las acentuaciones sincopadas de la melodía, como la harmonía es al unísono. Y la disonancia misma nó puede ser sino la unión de las consonancias. — «No existe conoci-

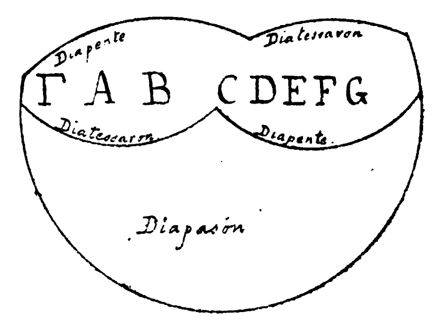
miento del conocimiento, pues sería preciso para esto, que el sujeto se separase del conocimiento y pudiese sin embargo conocer el conocimiento, lo que es imposible.» (Schopenhauer, *Cuádruple raíz*, etcétera, § 41). Si este *persiflage* puede conducir á algo serio, sería sin duda que el «conocimiento del conocimiento» no es otra cosa que la *sensación* y lo *particular*, nociones sobre las cuales los «idealistas» han arrojado sus unánimes desprecios.

§ 217. Los axiomas que dependen de la *idea de relación* (igualdad, simetría, etc.)—como el axioma 1.º de Euclides, y el de Lagrange—producen, á su vez, teoremas cuya evidencia depende de la inducción ó inferencia más elemental. El concepto de *simetría* depende del de *igualdad;* y el teorema: «las figuras simétricas á una misma figura, respecto á dos centros de simetría, son iguales», es un caso particular del axioma 1.º de Euclides.

Un axioma es la expresión abreviada de todos los principios que la reflexión descubrirá; pero, como no podemos caer en el pesimismo de una *contradictio ex terminis*, en la serie de los pensamientos, un axioma está construído con los datos intuitivos de *toda* la Ciencia. El axioma 1.º de Euclides, proyectándose en otras esferas, construye proposiciones como las siguientes:—Si el agregado A y el agregado B son coordinables con un mismo agregado C, son coordinables entre sí.—Si dos cantidades variables son constantemente iguales, el límite de la una lo es también de la otra.—Dos líneas paralelas á una tercera, son paralelas entre sí. Desde la Matemática combinatoria hasta la Geometría, el espíritu intuitivo recorre todas las esferas (donde sólo lentamente entrará la reflexión) antes de *asentir*. La evidencia del axioma no depende sino de la percepción íntima del *orden de sucesiones*. Un axioma, una «selfevidence», es una forma susceptible de todos

los cambios. La presencia potencial de toda la Ciencia en cada *selfevidence*, viene comprobada terminantemente por la dificultad insuperable de establecer una jerarquía, en tales evidencias. Mutuamente se suponen todas, y cāda una puede ser el atributo calificante por excelencia de otra ó de todas las restantes. También comprueba este punto la imposibilidad de separar el axioma del teorema y de la definición. No puede trazarse límites. En la escala de Euclides, en la de Lagrange, en la de Lobatschewski, en la de Peano, etc., la jerarquía puede invertirse indefinidamente, reducirse, etc.

§ 218. La escala de un conocimiento es, pues, una serie reentrante. De otro modo, habríamos de pedir continuamente un *espacio para el espacio.* «Si todo lo que existe está en el espacio, también el espacio debe estar contenido en un espacio, y así hasta el infinito.» Lo mismo puede decirse del Tiempo, el Número, etc., y, en general, de toda expresión. — Cada *objeto* es la resolución práctica de esta dificultad, y en este sentido es un símbolo.



La ley de implicantes, que está en la esencia del ritmo, es el primer paso de la expresión plástica.

Berkeley ha resumido esta doctrina en dos prin-

cipios de la *Nueva teoría de la visión*, desarrollando un pensamiento platónico sobre la harmonía de la idea consigo misma. I. Siempre que el espíritu no percibe una idea inmediatamente y por sí misma, debe percibirla por medio de alguna otra idea. (§ 9). — Una idea que no es percibida, no puede ser para mí el objeto de percibir otra idea (§ 10). II. Para que una idea pueda sugerir otra idea al espíritu, bastará que se haya observado que ellas se acompañan, sin ninguna demostración de la necesidad de su coexistencia, ó sin que haya necesidad de saber qué razón las hace coexistir.

III

§ 219. En adelante entenderé por *Axioma* el elemento organizador de los símbolos en el orden de las sucesiones. La aparición de la forma, su posición en el espacio, etc., supone un tránsito ó conversión de lo rítmico en plástico; el primer elemento de este tránsito es el Axioma. Así como cada hombre es un lógico en potencia, y así como estamos dispuestos á reconocer en el espíritu la ciencia potencial de *toda* la óptica, la geometría, etc., así también una *definición* del símbolo, como forma, no puede darse por lo que connota, si no se admite una genealogía donde el elemento *emoción* es el principal. La aparición de la forma supone ese elemento psicológico, que, en todo este libro, hemos comprendido con el nombre de axioma. Un Axioma está, pues, más cerca de una *ley de movimiento* ó de acción que de un principio más ó menos directo de evidencia indemostrable. Newton ha hecho, en la primera parte de los *Principia*, sinónimos los axiomas y las leyes de movimiento.

Todo debe tender, pues, á dar la definición de

axioma independientemente de la demostración, y á aplicar ésta á todos aquellos principios que un examen vulgar colocaría al lado de las primeras evidencias. El espíritu se muestra cada vez más exigente en la demostración. El postulado de Arquímedes sobre el múltiplo de un segmento, se demuestra hoy por el postulado de la continuidad, impuesto por Dedekind. En la historia de las revisiones del postulado V de Euclides, puede notarse dos tendencias: 1.°, á sustituir la hipótesis de Euclides por otra; 2.°, á admitir tal hipótesis, con esperanzas de demostrarla (Legendre, y antes el jesuita italiano Saccheri). — Trazar un límite entre el Axioma, como elemento organizador de los símbolos, y como *causa* de toda evidencia en sí, por una parte, y por otra el axioma como *proposición evidente* tal es el objeto de una Ciencia como genealogía, y su definición más perfecta. Demostrar un principio es someterle á la serie de inferencias, y, por lo tanto, situarle en la esfera reflexiva. Fundar la ciencia deductiva sobre escasos principios que escapen á la demostración ha sido el fin perseguido constantemente por todos los investigadores; reducir ese principio independiente *á uno solo*, y derivar de él los demás, se ha considerado como el ideal más alto. Pero hacer del método un instrumento tan provechoso que separe aún este principio (que se considera el primero porque *inicia* las demostraciones) del Axioma que *causa* toda forma, y toda evidencia, es lo que define á una Ciencia como genealogía.

Leibniz ha prestado grandes servicios á la Lógica, por sus proyectos de demostraciones, y por sus críticas apasionadas. Su cuidado era extremo en separar perfectamente de la categoría de axiomas todas las proposiciones que pueden probarse por un razonamiento más ó menos laborioso. Así intentó, como se recuerda, la demostración de que dos y dos son

cuatro (1). — Los dos esfuerzos modernos más dignos de figurar en la misma línea, son el de Peano y el de Hilbert. El genial autor del *Formulario*, fundador de toda una escuela, ha partido constantemente de cinco axiomas para construir la teoría de la clase: 1.° *0 es un entero,* 2.° *0 no es Seq.*, 3.° *Seq. de N. es N.*, 4.° *Dos N, son iguales, si son iguales sus Seq.;* 5.° *Si una clase contiene 0, N y Seq., contiene todos los N.* (2).—En cuanto á Hilbert (3), da á cada uno de los grupos que admite el carácter esencial de la *independencia*: cada orden serial da origen á una geometría: (geometría no arquimedeana, geometría no arguesiana (prescindiendo del teorema de Desargues sobre los triángulos homólogos, en que está fundada la geometría proyectiva), geometría no pascaliana...

---

(1) (*Nouv. Essais*, lib. IV, c. VII, § 10).
Definiciones: 1) dos es uno y uno.
2) tres es dos y uno.
3) cuatro es tres y uno.
Axioma: poniendo cosas iguales en lugar de otras, la igualdad permanece.
Demostración: 2 y 2 es 2 y 1 y 1 (por la def. (1)
2 y 1 y 1 es 3 y 1 (por la def. 2)
3 y 1 es 4 (por la definición 3)

$$2 + \underbrace{2}$$
$$\underbrace{2 + 1} + \underbrace{1}$$
$$\underbrace{3 + 1}$$

Luego (por el axioma) 4

(2) *Cero es el Número de la clase nula.*
Seq. de N es N + 1.

(3) Su clasificación, expuesta en los *Grundelage der Geometrie*, se funda en la admisión de cinco grupos:
1.° Axiome der Verknüpfung (axioma proyectivo, de los franceses).
2.° Axiome der Anordnung (del orden).
3.° Axioma de Euclides.
4.° Axiomas de la congruencia ó axiomas métricos.
5.° Axioma de Arquímedes.

§ 220. Mill ha creído poder reducir el principio ó «axioma» universal de la Aritmética al siguiente: las sumas de cantidades iguales, son iguales, ó bien á este: todo lo que está compuesto de partes está compuesto de las partes de estas partes. Este principio es una expresión equivalente del primero. Mill considera la Aritmética como una aplicación de tal axioma. Gracias al rigor con que este principio puede aplicarse á la formación de los números, el sugestivo escritor considera la Aritmética como el «tipo de la Ciencia deductiva». El concepto puramente cuantitativo que Mill concede á la Aritmética, y el no admitir una definición genética, da cuenta de todas sus afirmaciones acerca del razonamiento matemático. «Toda proposición aritmética, todo enunciado del resultado de una operación aritmética, es el enunciado de uno de los modos de formación de un número dado». (*Logique*, II, 148). Aquí acaba, para el economista y el psicólogo, el concepto de aritmética y el de *toda proposición* correspondiente á tal ciencia. Su deseo de simplificar se comprende en la tendencia á reducir al «tipo de la ciencia deductiva» las demás nociones del Análisis, y á este fin aventura una definición: «un número, cuando se considera formado de otro, se llama una función de éste».

La reducción de la *lista* de Euclides ha sido presentada con más claridad por Bain (*Sist. de logique*, l. V, cap. 1.º) Para él, un axioma es: 1.º, una proposición real (no verbal ó esencial); 2.º, una proposición fundamental. Los axiomas son el fundamento de todos los razonamientos de una ciencia; pero ningún razonamiento puede fundarse en proposiciones puramente verbales. En Euclides, los axiomas propiamente dichos son el 1.º y el 2.º: desde el 3.º al 7.º, son proposiciones evidentes y deductibles de los otros. El 8.º, no es una proposi-

ción real, sino la adaptación á la geometría de la noción fundamental é indefinible de igualdad. El 9.° no es tampoco proposición real; el 10.° es un apéndice á la noción de ángulo recto; el 11.° es una definición... (1).

§ 221. En la asignación del objeto de la Geometría aparece la antinomia del problema de la Ciencia: «Se dice comúnmente que el objeto de la geometría es la extensión abstracta. Pero la geometría considera figuras: pues bien, la figura es la limitación de la magnitud, pero la extensión abstracta no tiene grandor finito; de donde se sigue que no puede tener figura y, por consecuencia, que no es el objeto de la geometría». (*Teoría de la visión*, § 124). Berkeley resuelve la antinomia sin conciliar los términos, y sosteniendo la constitución de la ciencia geométrica, por relación á la extensión concreta: «Yo sé que es un punto admitido por los filósofos, tanto modernos como antiguos, que todas las verdades generales se relacionan aun con ideas universales abstractas, sin lo cual (se nos dice) no podría haber ciencia ni demostración de ninguna proposición general en geometría. Pero no me sería muy difícil mostrar que las proposiciones y demostraciones geométricas permanecerían siendo universales, aun cuando sus autores no hubiesen pensado jamás en las ideas generales abstractas de triángulos ó de círculos». Este mismo problema aparecerá en el Primer diálogo entre Hylas y Philonous:

Ph. ¿Qué es lo que distingue, os pregunto, un cierto movimiento de otro ó una cierta porción de la extensión de otra? ¿No es algo sensible, como un

---

(1) El arte combinatoria de Leibniz, fué comparada por Kant al testamento del padre de familia, de Esopo. («Exposición nueva de los primeros principios del conocimiento»).—(27 sepbre. MDCCLV).

cierto grado de rapidez ó de lentitud, que es particular á cada movimiento, una cierta dimensión ó figura, particular á cada extensión?

H. Creo que sí.

Ph. ¿Pero estas cualidades, despojadas de toda propiedad sensible, no tienen ninguna diferencia específica ó numérica, como dice la Escuela?

H. En efecto.

Ph. Es decir, que son la extensión general y el movimiento en general...

H. Sea.

Ph. Pero es una máxima universalmente admitida que todo lo que existe es particular. *¿Cómo*, pues, el movimiento en general ó la extensión, en general, pueden existir en una substancia corporal?...

La duda está propuesta, y la cuestión no se satisfará sino por la definición de lo particular, no por lo que connota, sino por el Axioma de que procede.

§ 222. Por la distinción entre lo trascendente y lo trascendental, Kant abre el camino á las distinciones ulteriores, y á la diversidad de criterios sobre las relaciones lógicas entre lo subjetivo y lo apriori. Estos dos términos son, en la ortodoxia kantiana, equivalentes; pero cabe imaginar una posición tal que se prescinda de poner el problema en el terreno psicológico, evitando toda discusión sobre las relaciones entre lo *á priori* y lo *subjetivo*. Tal es la posición que últimamente adoptaba Russell en su *Ensayo sobre los fundamentos de la geometría*. Para este gran escritor, no puede haber confusiones entre términos que pueden discutirse aisladamente, y sin implicarse: «Mi criterio de la aprioridad será puramente lógico: ¿la experiencia sería posible si se negara un axioma ó postulado dado? O, en un sentido más restringido, que no da el apriori sino en los límites de una ciencia particu-

lar, ¿la experiencia relativa al objeto de esta ciencia sería imposible sin un cierto axioma ó postulado?» (*tr. Cadenat,* § 5).

La distinción entre la representación interna ó imagen mental y el objeto exterior es la distinción entre lo inmanente y lo transcendente. La Escuela tenía un término elocuentísimo: «intentio objetiva ó verbum mentis», para calificar la imagen. La representación es, sobre todo, la *tendencia*, y el objeto el *acto*. Asistimos á una perpetua génesis de lo transcendente y de lo inmanente; y todas nuestras discusiones en este punto derivan, probablemente, de querer establecer la relación de causa entre los términos. Sin embargo, podemos concebir una posición fuera de los términos mismos, que los comprenda á entrambos: este nuevo punto de vista tendrá la ventaja de no prejuzgar la cuestión de tiempo y de alejar el concepto de cantidad.

En la psicología de Hume, á cada impresión sucede una idea, que es imagen de la impresión. Pero, para que este tránsito sea posible, es preciso solucionar antes el problema de la participación. Si una *idea de mi memoria*, tiene relación con una *idea de mi imaginación*, es forzoso que ambas tengan su razón de ser en la serie de impresiones *que continúan,* lo que equivale á decir que una impresión contiene «ab initio» las ideas, ó, mejor, las tendencias generales de donde procederán las ideas.

El postulado de donde arrancará toda Crítica, es este: «toda idea de una cualidad de un objeto pasa á través de una impresión». (*Tratado de la naturaleza humana*, tr. Renouvier, libro I°, IV parte). «No tenemos idea perfecta de ninguna otra cosa que de la percepción. Una substancia es enteramente diferente de una percepción; nosotros, pues, no tenemos idea de la substancia».—*Pero* el fondo de todo este razonamiento es un optimismo intelectual amplio: «todo

lo que es concebido claramente, puede existir, y todo lo que es concebido claramente de una cierta manera, puede existir de esa cierta manera».

§ 223. En Mach, el punto de vista es esencialmente *antropológico*. Su *Mecánica* está compuesta, según declara expresamente, con un fin antimetafísico. Los principios generales valen para este gran investigador en cuanto nos *ahorran* las experiencias. «Todo principio general produce á la vez *desilusión* y *claridad:* desilusión, en cuanto no reconocemos en él sino hechos conocidos desde largo tiempo, instintivamente descubiertos; claridad, pues nos permite hallar estos mismos hechos simples, á través de las relaciones más complicadas» (c. 1.°, IV, § 22). Matemáticamente su pensamiento se expresa así: «La naturaleza se comporta como una máquina. Las partículas individuales se determinan recíprocamente unas por otras. En una máquina, la posición de una de las partes determina las de todas las demás; pero se concibe que existen en la naturaleza relaciones más complicadas. La mejor imagen que pueda hacerse de estas relaciones es representarse un número, n, de magnitudes ligadas entre sí por un número n' menor que n. Si n fuese igual á n', la naturaleza sería invariable. Si n es igual á $n'-1$, una de las cantidades determinaría todas las otras, y entonces el tiempo sería reversible...» La influencia kantiana es aquí innegable, y es curioso sorprenderle en estas confesiones: «Las imágenes» (ó quizá mejor los conceptos) que nos hacemos de las cosas, deben ser escogidas de tal manera que «sus consecuencias mentales necesarias correspondan á las consecuencias naturales necesarias» de los objetos mismos... Nuestros conceptos se han creado ellos mismos; pero esta creación no es completamente arbitraria: tiene su raíz en una *lucha por la adaptación* al medio sensible (c. II, *La mecánica de Hertz*).

Kant también resumía lealmente su discusión con el prof. Ulrich, sobre la cuestión de las categorías: «todo uso de la razón no puede extenderse á ninguna otra cosa más que á los objetos de la experiencia; y, como los principios *á priori* no pueden ser condicionados por nada *empírico*, son principios de la *posibilidad de la experiencia* — pero de nada más». *(Primeros principios metafísicos de la ciencia de la Naturaleza — pref.*, ed. Andler et Chavannes).

La consecuencia general de sus *Primeros principios* es esta: «la teoría metafísica de los cuerpos se termina en el *vacío*, y, por tanto, en lo inconcebible»... Como se recuerda, Kant no hace esta vez sino comentar gradualmente cuatro definiciones de la materia: 1.°, como lo móvil en el espacio (c. I, def. I); 2.°, como lo móvil, en tanto que llena un espacio (c. II. def. y teor. X.); 3.°, lo móvil en la medida en que, en tanto que móvil, está dotado de fuerza motriz; 4.°, lo móvil, en tanto que puede ser, como tal, un objeto de experiencia. Estas cuatro definiciones, tomadas unas veces como porismas y otras como axiomas, informan toda la Cosmología del filósofo, que, contra las visiones de Swedenborg, prescribía un purgante. De acuerdo con esta Cosmología, Mach definirá un cuerpo como el «conjunto relativamente constante de sensaciones táctiles y visuales, ligado á las sensaciones de espacio y de tiempo» (c. V, § 3).

Capítulo III

§ 224. Las tres etapas del innatismo, en la época moderna, pueden determinarse así: Descartes es un *apriorista* muy concreto: para él hay en el entendi-

miento formas concretas de intuición: ideas innatas concretas. Leibniz admite esas formas concretas, pero su tesis va más allá, pues sienta, ante todo, la virtualidad del entendimiento de concretarse en muchas formas, en los *contrastes* con la experiencia. Su optimismo, pues, está fundado en el dinamismo, en el *infieri*, que admite en el hombre. Kant toma una posición intermedia, y admite las formas universales de la intuición sensible, equidistantes de la potencialidad leibniziana y del concretismo cartesiano. En realidad, Leibniz fué el primero que supo ponerse con rigor el problema del apriorismo y de su razón de ser, dándole dos principios: de razón suficiente (que luego Kant traducirá por su principio de la *posibilidad de la Experiencia)* y el de contradicción ó identidad; principios que informan tanto su Gnoseología como su Metafísica.

Descartes, adquirida una vez para todas la convicción de su *Cogito*, levanta sobre la experiencia su sistema; pero Leibniz no cree que la experiencia haga otra cosa con el entendimiento que *despertarlo*. Los Nuevos Ensayos están llenos de esta doctrina: el entendimiento necesita *actualizarse* con los datos de la experiencia. Esta noción del Intelecto como un todo inestable y potencial, queda aún más acentuada con el dualismo de *Experiencia* y *Forma de idea* (tecnicismo de Descartes). — Kant, desde otro punto de vista, reduce el *Cogito* al *Sum cogitans*, y llega á la misma conclusión que Leibniz: — los conceptos puros no tienen valor, hasta que se *determinan* en un objeto.

Berkeley, en cambio, tomará de Leibniz la unificación de las fuentes de conocimiento. Sus *Diálogos*, *su Tratado del conocimiento* están llenos de la idea de que todo cuanto pensamos corresponde á una realidad eterna. La fórmula de su optimismo permanece siempre inalterable: «Dios, que nos ha dado deseos

de conocer, no puede menos de habernos dado las fuerzas de realizar tales deseos». Kant rechazará luego indignado un «dogmatismo *místico fanático*», que unifica el conocimiento. Kant distinguirá entre el conocimiento de las apariencias y el trascendental, y hará varias partes en su *Analítica*. Berkeley, desde que en el Colegio de Dublin escribía su *Commonplace book*, será siempre fiel á su unicismo, sintetizado en la fórmula *esse = percipi*.

Berkeley rechaza toda distinción de *la cosa en sí*. No comprende este término (1), como no comprende el término de substancia, el de materia, etc. Todas estas *veritates aeternae* las rechaza, en algunos puntos con humorismo. Su idealismo es empírico y dogmático: es una fórmula brillante de moral, en que las cosas, la Naturaleza, el hombre, se elevan y se dignifican. Número y fenómeno aparecen percibidos en una unidad perfecta.

§ 225. Es un momento decisivo aquel en que Hume pregunta á Locke: ¿cómo es posible el *à priori*? Después de recorrer los dominios del espíritu, «como un geógrafo», dice: el *à priori* no existe. Toda nueva tentativa en la investigación consistirá, después de Hume, en admitir el à priori del Intelecto y el à priori de los Sentidos, pero en un concepto estático, del que sólo puede salir por la experiencia. Asi (con la norma de Leibniz) Kant dirá: vengo á establecer la *extensión* del à priori, no á negarlo.

Cuando se discute sobre el valor efectivo de la *cópula* kantiana, debe distinguirse (por deseos mismos del autor) dos clases de à priori: el de la Sensibilidad y el del Intelecto, que Leibniz unificaba. Pero á esos à priori corresponderán también dos es-

---

(1) Cfr. el pasaje de la *Optica* de Newton, arriba citado.

pecies de experiencia. Ahora bien, si la inteligencia saca de sí y se pone á sí misma las formas de su pensamiento, la *experiencia es un à priori*. De donde: 1.°, la vuelta á la unidad leibniziana; 2.°, la espontaneidad del *à priori*; 3.°, su potencialidad; 4.°, su indeterminación.

§ 226. Al proponerse el problema del *innatismo en acto*, Kant experimenta un horror semejante al de Locke, cuando, entre los cinco ó seis elegidos con los cuales hablaba de metafísica, meditaba su *Ensayo*, dirigido contra Descartes. Lo mismo sucederá á Hume, aun cuando respeta un cierto *sentimiento exterior* al cual quiere confiarse en el naufragio de su escepticismo.

Hume hace la crítica no sólo del *apriorismo* sino también de la Experiencia. «Vivimos probablemente engañados». Su análisis le conduce á un escepticismo tenaz; pero nada desesperante. Hume escribía después de Berkeley, y, más ó menos, sentía su influencia optimista sobre «la imposibilidad de ser engañados».

Hume es más intenso que Locke; acentúa con más carácter, y propone con más audacia el problema de los límites del *à priori*. Locke, con sus resabios idealistas, respeta aún mucho las que llama «ideas complejas», y su trinidad de *Substancia*, *Modo*, *Relación*, parece intangible. — Hume (principalmente en sus ensayos sobre la *Asociación de ideas*, y en sus *Dudas escépticas)* ataca la Substancia y el Modo, reduciéndolos al último término (la Relación). Así simplificados los términos, pregunta: ¿Es posible un à priori en la Idea de causalidad? Como la respuesta es negativa, la Metafísica, después de él, tardará en levantarse.

La *moralidad* del experimentalismo, consiste en su tesis fundamental del valor que infunde al hombre, el cual delante de la naturaleza no estará como

un escolar, sino como un amo (frase de Kant (1). La Experiencia es *impuesta*. La Experiencia responde al Espíritu. El apriorismo limitado de Kant y de Leibniz (el de Kant es un paso notable sobre el antiapriorismo decidido de Hume) sufre un fuerte reparo. Es la *idea* la que se impone á la experiencia. Aun para la percepción sensible hay que abandonar el concepto estático que Kant propende á dar á la razón.

§ 227. Hay un momento en la investigación filosófica en que se ve con más claridad la realidad del hombre como potencia. El filósofo, si parte de la antropología, se hará al llegar aquí pocas reflexiones: si trata de construir una cosmología ó una teodicea dirá: estoy en comunicación con lo absoluto. ¿Qué es lo absoluto? ¿Mi razón ó mi voluntad? Cualquiera respuesta afirmativa, en que se dé puesto á una de esas dos facultades, será la base de todo un completo «sistema de errores». El momento más difícil de la especulación es éste: desde el punto de vista de la lógica, es buscar la síntesis en la *esencia* de las manifestaciones y no en éstas, en sí. Para la antropología, esa síntesis es decisiva, y del modo de hacerla depende el porvenir de las reglas morales.

§ 228. Se ha hecho una gran cuestión histórica de este punto: si Sócrates conoció ó no la física de su tiempo. La tesis de un «período de aprendizaje», para Sócrates, en que se dedicaría á la física de las escuelas, antes de meditar su gran reforma moral, puede apoyarse históricamente en pasajes del *Fedón*, en la *Apología* y en *Las Nubes*. Los *Memorables* son también bastante explícitos.—Para una crítica general de los sistemas y de su desarrollo, y, sobre todo, para la filiación de las ideas hacia la constitución de

(1) Compárese con el pasaje citado de Bacon.

una *ciencia humana*—ciencia de cosas humanas—el *período de aprendizaje* es muy significativo: indica una enérgica resolución hacia la ciencia de sí mismo, delante de la cual se sacrifican todas. Sócrates, como casi todos los jefes de escuela, trazará una línea de demarcación entre las cosas cognoscibles y las incognoscibles. Pero su *positivismo* es favorable á la cognoscibilidad de las «cosas humanas» (morales) en frente de la ignorancia de todas las otras (1). Para Sócrates, el optimismo está en conocer las cosas del hombre, no en especular sobre el origen del mundo. Es una posición fortísima, de que se acordarán ya siempre sus discípulos: el *positivismo*, en Aristóteles, procede *idealmente* de aquí.

Sócrates no busca la moral *científicamente*. Y, sin embargo, él opone una *ciencia* á la *práctica* de Protágoras y de Gorgias. Pero práctica, en este caso, sólo quiere decir habilidad — una habilidad que triunfa con poco esfuerzo para producir efecto sobre los hombres. A esta *habilidad*, Sócrates opone la Ciencia; pero esa Ciencia quiere decir, ante todo: 1.º, el bastarse á sí mismo, el no buscar nada en las emociones; 2.º, fundar la práctica en *todo* el hombre, en una síntesis espiritual. Para una y otra acción se necesita construir un ideal, una ley que el hombre se dicta á sí mismo por Inspiración, mediante la comunicación directa con el demonio.

La dialéctica, en Sócrates, tiene una importancia sobre todo moral: además de la *posesión de sí* y del *amor* á que conduce, proclama como finalidad la *independencia del mundo,* de que parte.—Al final del diálogo de la Santidad ó de la Belleza, no se sabe *razonadamente* lo que sean esas sublimes cosas: las opiniones expuestas son rechazadas todas; pero hay el convencimiento, en el lector, de que, intuitiva-

(1) Jenofonte, *Mem.*, I, 7-8.

mente, el que dirigía la discusión sabía bien el concepto ó tipo eterno de tales verdades. En el mito de la caverna, está vigorosamente sintetizada toda la idea del método, en Sócrates, del cual la ironía y la mayéutica son cosas accidentales. «El que se aplica á la dialéctica, sin descender al uso de los sentidos, se eleva por la razón sola, hasta la esencia de las cosas...» «¿No llamas dialéctico al que conoce la *razón* de la esencia de cada cosa?» — Esta definición teleológica de la dialéctica nos aleja mucho del concepto de *instrumento*, que dominó en toda la Edad Media. La lógica se subordina así á la *moralidad*, es decir, la lógica es una de las cosas sobre las que el espíritu revela su poder. «Cada uno, se dice en el *Fedón*, tiene en su alma la facultad de aprehender con un órgano á esto destinado: todo el secreto consiste en convertir á este órgano, con el alma entera, de la *vista* de lo que nace hacia la contemplación de lo que es.» Esta vista y esta contemplación es la dialéctica.

Algunos críticos (1) han querido hacer de Sócrates un ecléctico, que concilia la antigua Física con la moral ó *praxis* de los sofistas, llevando «á las cuestiones morales el método de las ciencias físicas», como diríamos. Pero ¿cómo conciliar esta idea con la condenación que hace Sócrates de todo *sis-*

---

(1) Emile Boutroux, en un trabajo para la Academia, en 1883.

En sus descuidados apuntes de historia de la filosofía, Schopenhauer se expresa de este modo, acerca de la discusión: «Es una de las cosas que Platón nos quiere hacer tragar, que, mediante este método, los sofistas y los tontos hubieran dejado con toda calma que Sócrates les demostrara que lo eran. En tal cosa no hay que pensar; sino quizá en que, á la última cuarta parte de camino, ó, en general, en cuanto notaran á dónde iba á parar, hubieran estropeado á Sócrates el juego, tan artísticamente dispuesto».

tema (el método también) que intente descubrir lo divino? (δαιμόνια). Y, sin embargo, lo divino no lo niega; lo afirma: á él llegará el hombre. Pero el método no es el de la física, sino otro. Este nuevo método no tiene nada de geométrico ni de lógico: es un método interior, propio. Si es *científico*, lo es en el sentido idealista, es decir, apartándose de la «habilidad». El *conócete* no es en el sentido de construir una Psicología con clasificaciones, donde se separan cuidadosamente las facultades del alma, sino más bien una ley de moral, en el sentido de *vuelve á ti*, dignifícate: en frente de todo, tú eres una realidad. Si acaso, hay en ello psicología ésta se convierte en un conocimiento sintético, intuitivo: no es el análisis que la «Ciencia» establecerá.—Sócrates desalojaba á los físicos de la Naturaleza no para que entraran con su geometría en el espíritu, sino para que desaparecieran completamente. — Sin embargo, todo hace ver que tales *físicos* ocuparán largo tiempo el «alma».

§ 229. Dos grandes momentos se suceden en Grecia cuando se trata de fijar el concepto de la Ciencia universal.—El primero encarna en Sócrates, cuando, en su protesta contra los físicos y los sofistas, quiere renovar el objeto del conocimiento. — Los físicos, asignan categorías generales sobre el origen, el movimiento del mundo, etc. — Los sofistas sólo reconocen lo *individual* en las cosas morales. Sócrates, pues, tiene delante este problema: la Ciencia es universal; sólo existen los individuos: ¿cómo se constituye una Ciencia de la moral?

El mismo problema apareció á Aristóteles. Aristóteles investigaba después de Platón, y su posición es la de Sócrates: Platón decía:—Sólo hay ciencia de lo general. — Aristóteles: sólo se dan los individuos (materia con forma).—Aristóteles resolvió la antinomia por el *discurso*, no por la intuición.

Así, pues, en Sócrates, que, representa con tanta pureza el fin de una ***primera investigación*** sobre el hombre—que representa una etapa verdaderamente ***sincera*** en la especulación, en Sócrates la ética es inseparable de la Ciencia. Y es abusivo hablar, en él, como ha hablado Zeller, de una «Ciencia de la virtud». Propiamente, Sócrates representa el Alogismo en un instante decisivo para la historia de las creencias, en que se fijaba uno de los dogmas de la humanidad. — Hasta puede asegurarse que él, propiamente, no se ha propuesto el problema de la Ciencia, en el sentido claro de Aristóteles. En Sócrates, las «cosas han pasado como si hubiera sido así»; pero, con seguridad, el gran intuitivo, ha procedido también intuitivamente en su construcción fundamental, como en los desarrollos ulteriores.

El mismo concepto del principio de la Ciencia—*lo universal*—tiene en Sócrates un carácter práctico, inmediato, puesto en el espíritu del hombre. Se sabe hasta qué punto el separarse de esta dirección ha distanciado á las Escuelas en la Edad Media.

LIBRO III

PARTE PRIMERA

El Axioma, como principio organizador de los hechos de conciencia

CAPÍTULO PRIMERO

I

§ 230. De la imposibilidad de que coincidan dos figuras simétricas tridimensionales, por más que se inviertan alrededor del plano (eje de simetría) se ha deducido la necesidad *metafísica* de que el espacio tenga otras propiedades no descritas por los antiguos geómetras. En realidad, lo que se afirma es que nuestra intuición del Espacio es mucho más rica que sus *expresiones*.

§ 231. La sensación, por sí, es una síntesis, que sólo provisoriamente el psicólogo puede descomponer. En ella está la Intuición expresiva, es decir, la calificación de las cosas. La Atención la disuelve, la analiza, con fin especulativo, científico ó práctico. Pero la Sensación, como intuición expresiva, tiene todos los elementos analíticos en sí, y no hay leyes que expliquen su asociación «ab initio».— Un aparente sentido de lo maravilloso, delante del «pen-

samiento» y de la «emoción», detiene aún á los psicólogos en la distinción de facultades, por no contemplar la Sensación como un elemento expresivo, partiendo de ella no para edificar con leyes de asociaciones todo el pensamiento, sino para ver la *identidad* de naturaleza de ambos, como elementos expresivos de una tendencia.

§ 232. La Intuición preempírica, es, pues, una ley de desarrollo. La construcción intuitiva de las propiedades del círculo ó del triángulo, que estaba en la mente del primero que trazó estas figuras geométricas, y que se halla *necesariamente* en el ojo que percibe las cosas, — es una necesidad genética del desarrollo de la tendencia.

§ 233. La distinción de una *forma* y una *materia* del conocimiento, desaparece. La Intuición preempírica no puede tomarse en ninguno de esos dos sentidos exclusivamente. La Sensación, y, en general, la expresión, está con respecto á la Intuición preempírica como la *derivada de una función*. Es decir, la Sensación es el límite hacia el cual tiende la Intuición preempírica. Pero tal límite es puramente arbitrario, pues la Sensación, á su vez, se muestra como origen de un número de derivadas y funciones, prácticamente infinito. — Según un texto de Parménides, se ha sostenido (*Zeller*, I, 512) que sería un error increíble pretender que Parménides redujo el sér al pensamiento, adelantándose de un modo incomprensible á su época: tal honor sólo corresponderá á Kant. El filósofo antiguo referirá, al contrario, todo pensamiento al ser, fiel á su objetivismo, del que no puede salir. Así, en una fórmula sintética, se tendría resumido todo el progreso de la filosofía, desde la antigüedad. — Pero ambas posiciones (ser = pensamiento, pensamiento = ser) van contra la unidad esencial de la Tendencia, y representan dos esfuerzos de síntesis insuficientes,

entre los cuales se levantará el dualismo de la *res cogitans* y *res extensa*, tan pronto como el espíritu de abstracción se desarrolle en la época moderna.

Después de reducir Idea á Tendencia y Tendencia á Idea, el problema no se soluciona haciendo de ambas una unidad con dualidad aparente. El proyecto de reducir todas las manifestaciones á una sola, en psicología como en física, sólo puede sostenerse á condición de no poner el centro de la unidad en ninguna de las manifestaciones que se trata de unificar. El Axioma, que *causa* la evidencia y *causa* la forma, es el objeto propio de la Ciencia.

§ 234. «La experiencia nos dice que una cosa es *así*; pero no puede asegurarnos que pueda ser de *otra manera*» (conclusión general del criticismo, desde Hume). Pero somos nosotros los que damos un valor á la experiencia: ésta (y la impresión que surge de ella) es una forma sin contenido: una *cantidad*, y en nosotros está el poder de calificarla. La «experiencia» espera ser fecundada.

El espíritu *crea* por un acto de bondad. El sentimiento que se liga inmediatamente á la idea para engendrar lo particular, es un amor, en el sentido más amplio. *Pero* nosotros tenemos la conciencia (remota ó próxima) de nuestra creación, y del esfuerzo que supone. Toda sensación contiene un elemento de *dolor*. Así, yo me siento: 1.°, proyector de las cosas, dominador y superior á ellas; 2.°, sacrificado por las sensaciones.— Esta es la base de los sentimientos de «liberación», desde la ironía ó la cólera.

II

§ 235. Decir que conocemos el postulado V de Euclides por *intuición*, es no decir nada ó decir tal vez demasiado, según el punto de vista. Esto parte del error general, según el cual la Intuición sería la

se funda en la proyección. La moral sólo puede pasar á ser una «serie de ideales», á condición de que sean intensos, y de que no sean poderes inhibidores del sér y de la expresión. Así como no tomaré las definiciones como definitivas, así también el Ideal no será para mí una limitación.

Es rigoroso el razonamiento tomado á la teología, según el cual «Dios» no sería bondadoso si hubiese colocado en el corazón del hombre el deseo de saber y no pudiese ser realizado tal deseo. Tal razonamiento, que forma todo el optimismo de Berkeley, en su construcción idealista, tiene una aplicación en la psicología: la tendencia de conocer, es la posibilidad del conocimiento.—En virtud de la *facultad elemental* de la convicción, la realidad de la Intuición es la norma de la realidad del hecho. Como en el ejemplo familiar del trozo de música recordado, de la palabra que se busca, etc., el *ideal* es el término de comparación que siempre está presente, y siempre nos falta.

La Conciencia es una de las expresiones del Axioma. A cada paso que han ido dando los psicólogos en la anatomía del espíritu, nos han prometido acto continuo la reconstrucción del hombre. Nada, sin embargo, tan lejos de nuestro horizonte científico como esa reconstrucción. En cambio, á esa labor del análisis somos deudores reconocidos de los *sistemas*, *asociacionismos*, etc., en que se descompone el espíritu, reducido á los «mínimos psíquicos».

III

§ 237. Por la misma lógica con que trasladamos el color blanco—de nuestro cerebro al objeto—trasladamos también un sentimiento elemental de nuestro yo, y así se inicia el Yo juzgante y razonante. La aparición de la conciencia supone una *dirección de*

la acción.—El movimiento, como toda otra noción, está en el Axioma. El Axioma fija la actividad de todo, impone á todas las cosas la forma. El fondo de convicción con que proyectamos nuestras impresiones—animando los objetos, es decir, dándoles nuestras propias impresiones, está en la base misma del arte y de las religiones. Esta convicción (el «sentimiento íntimo» que, en Hume y en Kant, sirve de acuerdo para la vida práctica) es *causada* por el Axioma.

§ 238. El *recepto* no puede sumarse con otros, para constituir el *concepto;* 1.°, *porque la serie continúa su carácter;* 2.°, porque, aun cuando una serie de receptos se transformase en un concepto, no formarían unidad.

Se ve que es preciso algo capaz de organizar esta triple labor: 1.°, cambiar la inercia del recepto; 2.°, dar unidad al recepto; 3.°, darle un nombre.—Este elemento necesario es el Axioma. Y la Conciencia es la percepción de esta labor, en la esfera del Afecto.

§ 239. La voluntad no puede ser definida por el deseo. Pero el deseo tiene su razón suficiente en la voluntad, en cuanto ésta es considerada como la capacidad ilimitada de desear, ó la *posibilidad del deseo.* El deseo es un signo ó notación de esta posibilidad.

§ 240. La Memoria es la misma Imaginación, y sólo la observación superficial ó falta de método puede separar lo que aparece como un todo en el espíritu. La Memoria es el fondo permanente de la Sensación, que hace posible luego sus atributos. La Memoria es el símbolo práctico, anterior á cualquiera percepción, de la cual no tenemos un conocimiento reflexivo, sino en tanto que póstuma. Por una de las falacias más sorprendentes, que resultan de la aplicación inoportuna del principio de causalidad, la Memoria nos aparece como *efecto* de la Sensa-

ción. En realidad, todo lo que hay de esencial en el acto mismo de la memoria, es *anterior* á la sensación.

§ 241. La coincidencia de atención y sensación (cuando *atendemos* á ésta) prueba la identidad de origen. Sensación es visión sintética. Atención es visión de la sensación. Cuando decimos que una Sensación es reforzada, intensificada, por la atención, nos expresamos perfectamente en términos de cantidad. Pero esa es una cantidad de una cualidad (que es la sensación). Por tanto, es expresar cualidades que convienen á una cualidad (juicio analítico).

La Atención, además de influir sobre la calidad —como cantidad—influye sobre la calidad—sólo como calidad, es decir, reforzando la síntesis, sin descender al análisis. Así, la *Atención previa*, preparatoria *(vorbereitende Spannung*, de Wundt) abrevia el tiempo de reacción. Fechner ha descrito con detalle el sentido de la proyección, mientras se atiende: los movimientos *hacia adelante*, en la atención sobre el objeto, *hacia adentro*, en la atención sobre la idea (recuerdo) (1).

En la atención se nos ofrece uno de los procesos genéticos de la sensación. La Tendencia, pues, no puede entenderse como fuerza, ni como Voluntad, ni como Idea, pues esas son sólo sus determinaciones, y la Tendencia es eso, y algo más. Este nuevo elemento reservado á la especulación, es el Axioma visto en la esfera del afecto.

§ 242. Las pruebas de que la Tendencia continúa, en la vida pura del pensamiento, su labor fundamental, las pruebas de esa labor misma, son muy frecuentes y claras. La «Naturaleza» procede por continuos ensayos. Y en las apariciones de personalidades en un cerebro—como en el nacimiento de

(1) *Psyco-physik,* t. II, 475.

monstruos—ensaya sus diseños y sus copias. Los casos referidos de«personalidad alternante», «desdoblamiento del yo», «ansiedad emotiva», etc., son las pruebas psicológicas de esa táctica, en virtud de la cual *dispersa* los elementos de la Conciencia, sirviéndose de ella como de una tendencia para varios fines. Esa contraposición de elementos concientes (multiplicidad que se reduce luego á la suprema unidad de que parten)prueba una teleología fundada en la multiplicidad de las manifestaciones y de la Expresión. Por esa multiplicidad se explican las diferencias entre la *vida contemplativa* y la *vida activa*, la autonomía medular y cerebral, los diversos momentos de *exaltación* y depresión de un mismo individuo, etc.

Unbewusten! Unbewusten! Lo Inconciente, como sinónimo de espontáneo, de no calculado, de *tendencia*, no es, sin embargo, lo «irracional» ó lo no conciente, pues esto supondría un trastorno en toda la genealogía. Colfenet escribe su *Vie inconsciente de l'esprit* y Hartmann su *Philosophie des Unbewussten*, para que sus pruebas sirvan de irrisión al fuerte humorismo de un profesor yankee. *Lo Inconciente es lo Conciente olvidado.*—La idea innata, en Descartes, es una «forma de pensamiento, gracias á la cual pueden conocerse los pensamientos», de modo que la Categoría es, en un sentido, *posibilidad.* Así como para la percepción de las cosas tenemos la extensión, para las determinaciones del espíritu tenemos la Conciencia (1).

(1) En un trabajo clásico de Binet, sobre la vida psíquica de los microorganismos (*Rev. phil.*, 1887, 449-582), se distribuía la vida psíquica en cuatro actividades:
1.ª Percepción del objeto.
2.ª Selección entre varios objetos.
3.ª Percepción de su posición en el espacio.
4.ª Movimientos.

§ 243. Por una necesidad de nuestra lógica, la misma relación establecida entre las expresiones y la Intuición, hemos de reconocerla en cosmología; así, toda correspondencia de estados expresivos queda establecida con el Axioma de que derivan todos los fenómenos y todas las leyes.

Otra necesidad dialéctica nos obliga á considerar nuestra Intuición misma como *expresión*. Llegado á este punto, el investigador que ha definido la conciencia como un símbolo, definirá el espíritu mismo como símbolo.

Capítulo II

I

§ 244. Leibniz pone su grande habilidad de analista al servicio de la siguiente tesis: nuestros apriorismos más abstractos — la idea del ser, la idea de lo posible, la idea de lo mismo — tienen su razón determinante en la actividad propia del espíritu. Sus argumentos pueden reducirse á tres afirmaciones ca-

---

Contra tan amplias concesiones (sólo restringidas en el punto concreto de la admisión de una *conciencia)* Max Verworn sostuvo una actitud resueltamente *mecanicista* en su *Psycho-phisiologischen Protisten.*— Jena, Fischer, 1889.

En su actitud negativa, nos parece más consecuente que su adversario, el cual después de conceder amplia teleología á la vida psíquica de los seres inferiores, se detiene lleno de timidez al abordar el hecho mismo de la conciencia.

Este problema concreto de cosmología, como otros relacionados con cuestiones afines, esperan de una teoría del conocimiento y de la actividad conciente la solución definitiva.

pitales: 1.° somos, en cierto modo, innatos á nosotros mismos; 2.° y, como somos seres, el sér nos es innato; 3.° así, el conocimiento del sér es impuesto en el conocimiento que de nosotros tenemos. Apoyados en esta genial argumentación esperamos continuar la exposición empezada.

Puedo llegar á ser plenamente consciente de mí mismo, débilmente consciente ó completamente inconsciente, recorriendo una serie de estados que reconozco muy bien. Mi atención puede fijarse en un objeto dado, ó bien en mí mismo, y en ambos casos, percibo también las diferencias. Cuanto más absorbida por un objeto está mi atención, y en general mi acción, más se debilita mi conciencia. Esto ya me indica que mi conciencia debe participar de la naturaleza de mi acción. El principio de la dispersión de la fuerza nerviosa fué desarrollado por primera vez por Bain, en su libro sobre los sentidos y la inteligencia (1855). La doctrina de este escritor puede reducirse á la enunciación de dos leyes: 1.ª, la expresión es una parte de la sensación; 2.ª, al mismo tiempo que se verifica el acontecimiento *moral* de la sensación (conciencia), se nota una excitación distribuida por todo el cuerpo. En su Psicología, en sus Ensayos y en su librs *Morals and Moral Sentiments*, Spencer defiende las mismas tesis. La tesis de Spencer se reduce á la comprobación de dos leyes, equivalentes á las de Bain: 1.ª, la sensación se transforma en acción cuando pasa de cierto límite; 2.ª, una corriente nerviosa sin agente regulador sigue sus vías habituales. La proyección en virtud de la cual siento yo el objeto en mi piel ó veo fuera de mí ó atribuyo el sonido á la campana, ó doy realidad á un grito, es una tendencia natural. El análisis viene más adelante, cuando me propongo esta cuestión tan sencilla y sin embargo capital: «el hecho que la sensación nazca cuando el objeto toca

mi piel, no prueba que la piel sea el verdadero órgano, pues si una sutil membrana exterior envolviera mi cuerpo, yo sentiría probablemente una sensación equivalente» Si mis expresiones de dolor ó de goce tienen un valor representativo, proviene no de la contracción muscular, sino de la corriente nerviosa centrífuga que poseen, es decir, por su parte de tendencia, y ésta tiene un origen central. En este sentido, sólo la expresión debe considerarse como una manifestación directa de la tendencia, distribuyéndose por mi rostro y manos según leyes fijas de dispersión. La expresión es de naturaleza sintética, sea en el sentido preciso de la manifestación de un estado de alma, sea en el sentido más amplio de la proyección de una serie de estados que forman en el espacio un objeto sensible. Darwin, siempre tan minucioso en los detalles, es elocuente y conciso cuando habla del valor representativo de las expresiones; pero es excesivo buscar el *quia* y el *quodlibet* del músculo risorio de Santorini en un estado de tensión dada, la teleología del «corrugator palpebrae», etc. La expresión no tiene su teleología en sí misma, sino en la tendencia de la cual sólo es el punto final. Desde su sitio de partida hasta el de su término en los músculos, la corriente nos ofrece una unidad psíquica y fisiológica que debe ser respetada. Se puede esquematizar el dolor, el hambre, la cólera, etc., en forma de arcos reflejos; pero la teleología no debe reducirse alpunto final de estos arcos, sino á un punto nervioso central. Con el progreso de la psicología, el concepto de arco reflejo se establecerá: regresando en la historia de la ciencia, la fisonomía adquiere una dignidad ridícula: el pintor Lebrun inventará una cohorte de fuerzas trascendentales para saber las contracciones de los músculos en la expresión del dolor, en tanto que el hecho interno le interesa muy poco y aun

secundariamente. Darwin tuvo el mérito de reducir una infinidad de los llamados arcos reflejos á actos voluntarios, en origen, que por el hábito son automáticos. En la *Expresión de las emociones* (cap. 1.º) cita muchos hechos que comenta en el sentido indicado. El acto reflejo dignificándose, *moralizándose*, es lo que defenderá, aun ante los hechos menos propicios. Ve siempre una gran complejidad en el fondo del automatismo, y muy grandes razones hay para que el fisiólogo funde sobre esta complejidad sus inducciones sobre la naturaleza del arco reflejo. Este sería en el fondo un acto expansivo que procede siempre del centro á la periferia, tanto para la vía motriz como para la sensitiva. Pues bien: el número de estos actos expansivos es limitado, en relación á las tendencias fundamentales que deben manifestar, y esto hace que algunas de estas tendencias se confundan, constituyendo las expresiones únicas que nuestro lenguaje designa con los nombres complejos de cólera, amor, etc. El célebre problema de la relación entre los estados de sensibilidad hasta aquí conocidos y las expresiones de estos estados, problema intentado ya por Spencer en una trivial teoría de la música, y por Lichtfield, que comunicaba sus observaciones á Darwin, es probablemente una cuestión irresoluble, pues se intenta establecer una ecuación entre elementos muy heterogéneos. La música, por ejemplo, es la manifestación de una tendencia, es decir, de un conjunto de elementos que tienden á la expresión; pero la complejidad de estos elementos es desproporcionada á la relatividad de nuestras percepciones. Nos faltan las palabras y los hechos de una experiencia interior. Veo muy claramente la limitación de mi conciencia, al ver el pequeño número de estados que puedo traducir en términos concretos de sensibilidad; por el efecto de estos límites de mi discriminación

me explico las frecuentes confusiones de varias tendencias ó sus agrupamientos en torno de un centro vector. La correspondencia entre los sonidos y un estado concreto de alma, no podría establecerse, pues la tendencia es más rica en expresiones que en reflexiones. Percibo mi conciencia siempre como una acción. Las controversias sobre la predecesión en el tiempo, de la vida afectiva á la vida intelectual, y de la independencia de los estados de emoción en relación á todo elemento representativo, no terminarán con resultados fijos sobre la naturaleza del sentimiento. Cuando se propone esta cuestión: ¿el sentimiento es el mismo elemento racional? las respuestas se dividen en dos grupos: los intelectualistas invocan la unidad del método en los fenómenos de conciencia y la urgencia de una síntesis, que sus adversarios no se deciden á reconocer. Sin embargo, no se trata de la reducción de dos fenómenos, sino de su explicación, respetando su independencia. Todos los ejemplos citados en apoyo de una prioridad cronológica de la vida afectiva sobre la vida intelectual no resistirían el análisis, si la cuestión se propusiera en estos términos: independientemente de la época de su aparición en la conciencia, ¿el estado afectivo, en su génesis lógica, es un estado intelectual? Yo creo que es urgente definir bien el campo de nuestras investigaciones en este punto, sin llegar á un abuso de teleología incompatible con la dignidad del método. La herencia como una memoria de la raza no detiene nuestras exigencias científicas, sino que las provoca. El perrito de Gratiolet, los polluelos de Spalding, son problemas fuera de la experiencia de la raza. El hecho íntimo de la proyección de un sentimiento, sea cual fuere la forma con que fué fijado en el sistema nervioso: tal es la cuestión capital para el psicólogo. No se debe reducir la proyección

á la fijación: hay aquí evidentemente dos problemas. La distinción lógica de estas cuestiones debe ser el principio de nuestros estudios. La primera vez que la conciencia reflexiva se propone el problema de la ciencia, piensa en su realidad ó posibilidad. Superado este primer momento crítico, todo el esfuerzo del investigador debe emplearse en el hecho evolutivo de la ciencia, y, en fin, en su génesis. Sobre este último punto las opiniones se han dividido en dos grupos: 1.°, hay un principio único al que se debe referir todos los demás; 2.°, hay varios principios irreductibles. La primera opinión puede conciliarse con la segunda, sobre esta base: todo principio de ciencia, construye la ciencia entera.

§ 245. Pero el investigador, en el preciso momento de empezar sus meditaciones, funda su optimismo intelectual en la creencia de que debe definir genéticamente; su esperanza consiste en elevarse, en un objeto, á su génesis. Aspira á ser un historiador imparcial de las expresiones y de los símbolos. Concibe el espíritu como la unidad de una tendencia, del que la conciencia sólo es una manifestación; esta tendencia obedece á las leyes de la dispersión de las corrientes nerviosas. Hay una serie gradual de imposiciones, desde el nombre de una cosa hasta su realidad sensible. El paso de la expresión pura á la expresión práctica es el problema transmitido por todas las escuelas; pero el investigador se halla en presencia de una sola cuestión unificada, después de la discusión sobre la naturaleza de lo particular. Se ve que es ante todo sobre el fenómeno de la proyección sobre el que debe fijar su atención ahora.

II

§ 246. La fibra nerviosa tiene dos propiedades fundamentales: la excitabilidad, es decir, «la pro-

piedad de dejarse excitar» (Helmholtz) y la conductibilidad, es decir, «la propiedad conductora de la excitación». Estas dos propiedades no pueden aislarse. Una ley fundamental de la fisiología nerviosa se enuncia en estos términos: «el estado de excitación que puede producirse, en cada parte de la fibra, por la influencia de los excitantes, se transmite á las otras partes de la misma fibra». Esta proposición de la óptica de Helmholtz (§ 17, p. 11) puede sintetizarse aún: cada fibra es continua en materia y en acción, ó bien: cada fibra es sustancial á sí misma.

El empleo de esta fórmula, y su aplicación á una tesis de orden especulativo, sólo la rechazarán los que desconozcan el tecnicismo de Müller, cuando hablaba de la parte propiamente receptiva de las excitaciones luminosas, denominándolas «sustancia del sentido de la vista». Esta expresión prueba el instinto filosófico del gran sabio; como todos saben, este tecnicismo lo ha seguido Helmholtz. Si los fisiólogos se decidieran á admitir la noción de acto expansivo, como precedente necesario al arco reflejo, abrirían nuevos horizontes á la doctrina de las corrientes nerviosas y tendrían el mérito de elaborar los primeros datos de una teoría unitaria de la percepción. Si se admite una tendencia única que parte de un centro y se distribuye por las dos vías sensitiva y motriz, siguiendo un mismo sentido, la unidad que de ello resultaría sería fecunda en resultados. No se prejuzga la misma naturaleza del futuro «arco nervioso», que puede subsistir aún con su nombre de arco reflejo; sino que se trata de establecer, sobre todo, su génesis en una corriente expansiva única que, dispersándose por la vía motriz, produce los efectos establecidos en las leyes de Bain y de Spencer; y, distribuyéndose por la vía sensitiva, siguiendo una

dirección homóloga, produce proyecciones concretas en los diversos puntos del espacio. El psicólogo habla, pues, siempre justamente de los fenómenos de expresión y de sus diversos grados, desde la noción pura hasta la contracción muscular, y, en fin, hasta la producción del objeto sensible. Esto no prejuzga la cuestión sobre el arco reflejo; el problema está, sobre todo, basado en la genealogía de este arco.

En tal sentido creo poder interpretar los resultados recientes de la experiencia sobre los fenómenos de inhibición. Un especialista conocido, N. E. Wedensky (1), cuya teoría sobre la parabiosis ha tenido una gran celebridad, no admite nervios especiales para explicar los estados nerviosos de excitación y de inhibición. Para él, la excitación y la inhibición no serían más que modalidades del nervio. Entre estos dos estados, como una especie de variante, se encuentra la narcosis. Existen, definitivamente, cuatro estados de la sustancia nerviosa: reposo, actividad, parabiosis (comprendiendo la narcosis y la inhibición), muerte. Me parece entrever nuevos caminos abiertos á la investigación. Wedensky atribuye una rigorosa unidad á la fisiología de la fibra. Han hecho estudios comprobatorios y de aplicación, Uchtomsky sobre los músculos anémicos (2), Denemark sobre la acción del agua destilada sobre el IX par (3), Semenoff sobre los cambios funcionales del nervio bajo la influencia de la compresión mecánica (4), Paerna sobre los cam-

---

(1) *Arch. f. die gesammte Phys.*, c. 1-45. 1903 (Die Erregung, Hemmung und Narkose).

(2) *Arch. f. die ges. Phys.* (c. 182-1903).

(3) IX Congrès de Pirogow (sect. de Physiol., séance du 9 janvier 1904).

(4) *Arch. f. die ges. Phys.* (c. 190—1903).

bios funcionales del nervio en el electrotonus (1), Fröhlich sobre la disminución de la velocidad de la corriente nerviosa por la asfixia y la narcosis (2) y el mismo autor, sobre la fatiga del nervio dotado de mielina (3). Estas investigaciones no serán quizás completas sino cuando el hecho de la proyección se funde en la unidad de la corriente; el fisiólogo no debe olvidar nunca que, cuando excita la raíz sensitiva de un nervio, hace un artificio experimental.

A este artificio es al que se debe referir la necesidad de aumentar siempre el excitante, para llegar á un umbral de conciencia. En cierto sentido, el fisiólogo altera el orden regular de las manifestaciones psíquicas. Tal sería la explicación natural del *unterscheidungszeit*, de Wundt. Los primeros críticos de la psico-física discutían sobre todo el valor cuantitativo de la sensación en función diferencial de dos excitantes. Elsas, de Marbourg, veía una contradicción evidente entre las dos fórmulas: $\Delta E = k \frac{\Delta R}{R}$ y $E = k$ log. natural R. En cuanto á Fechner, respondió con un fino humorismo, y, con una serie de argumentos, rechazaba la primera fórmula (4). Es de desear una vuelta de la experimentación y del razonamiento á la primera idea de los hermanos Weber y de Schiff sobre los fenómenos de inhibición, y á las primeras vías abiertas por Redi, en sus observaciones sobre los animales (5). Recientemente, Engelmann, en su teoría de la actividad cardíaca (*Arch. f.*

(1) *Zeitsch. f. allg. Phys.* (III. 468. 1904).
(2) *Zeitsch. f. allg. Phys.* (III. 455. 1904).
(3) *Arch. f. die ges. Phys.* (c. 145. 1903).
(4) *Philosophischen Studien*, vol. IV, fasc.° 2.°
(5) Este médico italiano hacía sus experimentos hacia el siglo XVII, en el *Emys europea*. (*Opere*, III, 335.—Milán, 1810).

ges Phys. XCII, 451) cedía con harta facilidad al prejuicio que conocemos ya sobre la teleología de la expresión, admitiendo varias facultades aisladas de la fibra muscular, y varios nervios en relación con ellas: nervios bathmótropos ó de excitabilidad, dromótropos, inótropos. Esta concepción ha sido refutada por Hering *(Arch. f. anat. Physiol.* B, 1-25) que ha defendido la unidad funcional de la fibra nerviosa. Sobre esta unidad me he fundado siempre en la tesis del doctorado en medicina. En la explicación de los tics, partía de la consideración de la unidad de tendencia que recorre toda la fibra nerviosa, y de un primer momento en que la fibra sensitiva es conductora homóloga á la fibra motriz. El término de *aptofobia* puede servir para calificar un grupo de fenómenos muy interesantes. Tic, idea fija y fobia son como tres formas de un solo hecho psíquico cuya manifestación esencial es la repetición de una expresión primitiva (motriz, intelectual ó sensitiva) por un acto de auto-imitación. La ley de Virchow, sobre la cantidad y cualidad de los fenómenos morbosos, se aplica á las tres formas psíquicas indicadas: tienen una representación en el estado normal, y su morbosidad no depende de la calidad sino de la cantidad. En efecto, todos los movimientos del tic se encuentran en la vía normal; su repetición, sobre todo, es la que hará de estos movimientos un fenómeno anormal. Se puede decir lo mismo de la idea fija, y Sigmond Treudhe ha podido decirlo, tras un análisis muy curioso, de todos los hechos de la vida diaria *(Zur Psycho-pathologie des Alltagslebens—Monat. f. Psych. u. Nerv.* Julio, 1901). El tic, la idea fija y la fobia no son nada más que la «cantificación» de los fenómenos normales. Puede definirse el tic como un acto reflejo, al servicio de una función de defensa; esto explicaría suficientemente los tics profesionales *(uhrmacherstic*, de Ber-

ger); pero, en un caso de tic convulsivo, debo considerar el pretendido arco reflejo como un acto expansivo cuyo origen central es innegable. En la psicogenia de una idea fija, el análisis encuentra siempre un esquema fundamental alrededor del cual se disponen los elementos del proceso morboso. Puede definirse la idea fija como un *tic intelectual*.—La fobia es un *tic afectivo*. Fijado el esquema, se hace predominante. — Siendo fenómenos correlativos, los diversos tics coexisten á veces en un mismo sujeto. Un ejemplo clásico nos ofrecen los relojeros, en los cuales una misma causa provoca una doble corriente nerviosa que parte de los centros corticales; por un lado, la regularidad de los movimientos, su persistencia, establecerá el tic motor; por otro lado, la influencia intelectual del oficio producirá la idea fija, de la misma especie que el tic. Es una nueva prueba de que, en realidad, se trata de un acto expansivo. La ley de la correspondencia es tan general, que se puede afirmar que no existe la fobia sin la idea fija. Estaes la noción aclarada por la escuela de Wernicke *(überwertigen ideen)*. Un matiz en la intensidad de la proyección es lo que separa los dos fenómenos.

III

§ 247. . Si se concibe la vía sensitiva en un sentido centrífugo, las sensaciones que se pudieran llamar negativas (la obscuridad, el silencio) deben tener una explicación. En primer lugar, es preciso fijarse bien en lo que hay de metafórico en la palabra corriente nerviosa. En la pequeña esfera de nuestras intuiciones inmediatas, nos explicamos los fenómenos refiriéndolos al tiempo, mientras que la coexistencia nos escapa muchas veces. Debe hacerse una observación urgente sobre este punto: el investigador, para los diversos momentos de su método,

considera los fenómenos separados; pero no se ha de olvidar nunca que razona por convención. En realidad, sabe que todo se cumple en el orden de las coexistencias. Respecto á las sensaciones negativas, procedemos siempre por comparaciones. Localizamos perfectamente nuestras sensaciones auditivas, y, desde la cumbre de una montaña, un día tranquilo, distinguimos muy bien una especie de zona silenciosa que los ruidos del valle deberán atravesar antes de llegar á nuestro oído. La sensación del silencio es una proyección abortada, y el espíritu busca en ella los restos: es el origen de las expresiones contradictorias sobre el *ruido del silencio*.

Arrastrados por la corriente de proyección, cuya emoción viene calificada, seguimos sin resistir la dirección de nuestras tendencias. El hombre vulgar es detenido siempre en la superficie de las expresiones prácticas (que son los objetos): es el obstáculo más serio para la investigación. Los sabios de todas las épocas han descrito al hombre como un sér misterioso, capaz de grandes adelantos, y unido á una carne que le hace esclavo de infinitos deseos. Este lenguaje colorido tiene una explicación imperfecta. El hombre conoce por imposiciones, proyectadas sobre un campo de posibilidades que, para los objetos, es el espacio; pero el vulgo no ve nada más que los resultados plásticos del largo trabajo; sólo el filósofo aspira á definir los símbolos, es decir, á definir las cosas por una relación inmediata con su génesis. Una convicción profunda nos guía, y todos, aun los más críticos, somos fieles á esta convicción: Nuestra *práctica* es un sistema de intuiciones preempíricas, de las que la conciencia de una vocación es el ejemplo más grande. «Qui secundum seculum sapiens est, secundum cœlum stultus est». Se cree generalmente que una inclinación es una fuerza ciega, independiente del elemento intelectual; pero, no con-

siderando nada más que los sentimientos, veo que se ha formado una tendencia primitiva: 1.°, con las ideas; 2.°, con la percepción de estas ideas; 3.°, con su proyección. Los sentimientos son la ***expresión práctica***, en la esfera de las ideas. Después del estudio de la tendencia y de sus leyes de proyección, imagino al investigador en posesión de uno de los elementos para la definición genealógica de las expresiones; pero es preciso considerar en esta tendencia el ***umbral,*** no en la conciencia, sino en la fibra nerviosa, es decir, en el origen del acto expansivo que después constituirá el arco reflejo. Se trata de un problema unificado sobre la percepción interior: los mismos elementos son percibidos como amór ó como envidia ó como cólera, etc. Es el mismo caso de la percepción del mundo exterior, en el que los físicos sólo ven vibraciones, que traducimos en forma de luz, de sonido, etc. En lo objetivo psíquico encuentro la misma unidad que en lo objetivo cósmico. Cuando se dice: el hombre no tiembla porque tiene miedo, sino tiene miedo porque tiembla, el problema no se coloca en sus términos propios. En rigor, el miedo es la conciencia práctica de los elementos intelectuales que se encuentran en el análisis de la emoción; el temblor es el efecto de los elementos proyectados sobre los músculos, pero no de la conciencia.

Capítulo III

I

§ 248. Deseo porque razono y porque me siento capaz de obrar. Reconozco mis deseos como estalos intermédios entre dos imágenes: la presencia de

un dato real y la representación de lo que llegará á ser. Cuando digo: deseo conocer á E., quiero decir: es preciso que yo compruebe si la imagen que tengo ahora de E. coincidirá ó no con la imagen real. La desilusión y la sorpresa, son términos fundamentales de un hecho único. La infecundidad de todos los apriorismos aplicados á la historia prueba la esencia proteiforme de toda la experiencia. Un sentimiento es la conciencia rápida y sintética de los razonamientos primitivos que informan una *adhesión* ó una *liberación*. Cuando siento, no hago más que ver una serie de acontecimientos. Partiendo de la intuición, mis sentimientos deducen é inducen como perfectos lógicos: la idea triunfante se proyecta en la práctica. La acción es una lógica. Una sensibilidad exquisita define siempre las cosas, intuitivamente, por su génesis.

§ 249. Hay, en el tecnicismo de Kant, un concepto célebre: la unidad original trascendental sintética de la *apercepción (Kritik der rein. Vern.*, II *auf.*, § 25). Interpretando este concepto en vista de las afirmaciones establecidas sobre la proyección nerviosa, se puede deducir una observación que me parece esencial: la conciencia es más rica en predisposiciones que en manifestaciones concretas. La experiencia es una posibilidad de expresiones en número indefinido. Opondremos este principio siempre al de la razón suficiente y al del determinismo (1).

§ 250. El sentimiento es la apercepción concreta de un grupo de ideas que constituyen los elementos

(1) En uno de sus escritos de juventud, Kant advertía: «He creído conveniente sustituir á la expresión de *razón suficiente* la de *razón determinante*, pues la palabra *suficiente* es ambigua, toda vez que no se percibe enseguida el *grado* de suficiencia. *(Discusión sobre los primeros principios*, prop. IV, dem.)

«cuantitativos», en el sentido wolfiano. Un sentimiento es una expresión proyectada en la esfera objetiva del espíritu, como un objeto es una expresión impuesta al espacio. Se trata especialmente de definir la expresión sentimental por su génesis; es preciso remontar hasta el umbral de la tendencia. En verdad, el fondo de un sentimiento está formado de ideas; pero la síntesis final de estas ideas está fuera de su esfera, y procede directamente del poder expresivo del hombre. Un sentimiento es una imposición.—La *nostalgia* empieza por un juicio entre un estado actual y un estado pasado. Se tiene la certeza de la irrealidad de una vuelta al tiempo ó al espacio que se ven lejanos; se hace crítica; pero todo esto no es todavía el sentimiento de la nostalgia. Para sentirla, es preciso que las ideas atraviesen un umbral casi siempre fijo. El *Ranz des vaches* y el *Ananigour* hablan al suizo y al bretón un lenguaje enérgico, que nosotros no podemos comprender sino incompletamente.—No considerando, ante todo, nada más que las manifestaciones concretas del fenómeno, se puede establecer un sentimiento de adhesión única y un sentimiento de deliberación. Un objeto presente, despertando un deseo de adhesión presente, inmediata; y un objeto conocido, pero ya pasado, despertando aún el mismo deseo: tales son los dos grados de nuestra actividad afectiva. Pero yo deseo todavía muchas cosas que sé perfectamente se hallan lejanas de mí, colocadas en el futuro. Una nostalgia única, con varios matices, es el fondo de nuestros sentimientos de adhesión (amor, avaricia, etc.)—La liberación sentimental (odio, venganza, cólera) procede por un mecanismo semejante.

§ 251. La emoción estética es, en principio, un razonamiento; el gusto es una reflexión entusiasta, y el genio artístico es un gusto con energía para proyectarse. El placer estético se vierte por mis ner-

vios: con la habitual ilusión de los hombres, puede tomarse el *final* de un acto expansivo por su centro de irradiación y entonces se sostienen las ideas más bizarras sobre la vida. En estado de entusiasmo, me acerco al héroe, porque no sólo vivo según la justicia, sino que añado cosas á la vida. La justicia mide, pero el amor inunda: el amor, no sólo me hace tolerante, sino compasivo y hasta pronto al sacrificio. La intuición precede y se añade al concepto, como el concepto, es decir, la expresión pura precede y se añade á la expresión práctica (sentimientoen el espírit, objeto en el espacio). El elemento expresivo y la expresión misma tienen íntimas relaciones. Toda manifestación supone una forma; pero la transición de un elemento á otro no se reduce á una especie de transmisión del movimiento ó de la energía; al contrario, hay una identificación esencial de la intuición y de la expresión, y así es como ésta, representando popularmente el determinismo del fenómeno, teniendo su sitio en el tiempo y en el espacio, oculta siempre un elemento espontáneo.

§ 252. La sensación tiene su idea directriz, como, en general, toda expresión. Toda sensación tiene su origen en postulados intuitivos, sin los cuales es imposible concebirla. En las cosas hallaré la potencialidad de las nuevas leyes y de las manifestaciones. El hegelianismo partía de una síntesis artificial, cuya consecuencia práctica, en el orden especulativo, fué la invención de una ley lógica aplicable *à priori* á la historia. Es la tesis de Fichte en sus «Grundzüge der gegenwärtige Zeitalters» (1).

---

(1) **La paciencia y fervor de diez años que M. Xavier León ha necesitado para preparar su obra sobre Fichte, fueron reducidos antes á bien poca cosa, en la *Clavis***

II

§ 253. En el momento de fundar las leyes de la conducta, es preciso que nuestro optimismo intelectual se compruebe en la esfera práctica. Defino la verdad como una expresión intensa; la unidad de método exige una aplicación inmediata. La vocación filosófica se convierte en una vocación para la vida. Un mismo método conduce de la ciencia á la conducta.

Imagino un investigador que permanece fiel al espíritu del *ars indicii*, y rechaza absolutamente la Lógica como un arte del descubrimiento ó de la prueba. Este investigador no hará sino partir de las observaciones ya hechas sobre la naturaleza de lo particular; pero, tratando de considerar la historia, en el sentido más amplio, como una ciencia de datos de la experiencia, elevará las expresiones prácticas de un orden cualquiera á la categoría de primeros principios. Por esto he supuesto, al empezar estas reflexiones, que el lector se proponía la cuestión de la genealogía de las ciencias y de la definición de la ley. Empieza por concebir la sensación como la síntesis de la vida afectiva y lo particular como la síntesis de los conceptos generales. Nuestro baconiano dividirá, pues, el arte de la indicación en dos secciones: 1.º, la experiencia docta *(experientia litterata)*; 2.º, nuevo instrumento *(novum organum)*. Un mismo lazo reunirá estas dos partes, que son idénticas en cuanto á la forma. En la experiencia docta se trata de hechos; en el Novum Organum, se trata de axiomas y de leyes (1). En las cosas será seguro que en-

---

fichtiana; pero á Jean-Paul sólo parece reservado el ser un *libelista* profundo: «Die Wissenschaftslehre beweiset, das ich das könne; und wenn ichs kan, so kan ich die Wissenschaftslehre selber sezen und machen, welches ein rein=vollendeter Zirkel sei.» (Erfurt, 1800, p. 67).

(1) *De Augmentis*, lib. V, c. II.

cuentre todas las cuestiones, puesto que se propone interrogar. El origen del conocimiento es mi acción.

Este optimismo informará todas nuestras investigaciones, porque no nos hemos propuesto el problema de la realidad del mundo exterior, sino el problema de la unidad del hombre. Hemos partido del concepto del juicio de imposición, y hemos extendido este concepto á la proyección de una tendencia, considerando los actos expansivos como juicios prácticos. En este punto, nuestro baconiano fundará su moral.

Veo todo concepto à priori como un esquema que me limita la realidad; su defecto no es ser falso en absoluto, sino no ser nada más que parcialmente verdadero. El arte es una reconstrucción de todo el proceso íntimo de las expresiones y una vuelta entusiasta al origen primero de la práctica. La revisión que un hombre hace de su propia vida ó de sus pensamientos, es ya estética y moral, en el sentido más amplio. Cuando la intuición parece concretarse, oculta en cada expresión, una energía potencial inagotable. Cada objeto representa un medio de desarrollar nuestra actividad. El artista vuelve las cosas á su estado primitivo, es decir, las descubre y presenta á nuestros ojos su parte inédita. Aun en el realismo más riguroso, se añade siempre condiciones á lo que es ya condicionado por naturaleza. —La historia no añade ni suprime nada, como el arte; pero parece participar de la naturaleza de éste, pues descubre siempre nuevos hechos. En su reacción contra la escuela especulativa de su tiempo, Schopenhauer escribió contra la filosofía de la historia (á decir verdad, una de las construcciones más falsas del siglo XIX); pero los argumentos del filósofo, fundados en la monotonía de los hechos históricos, están muy lejos de la evidencia. No hace, en este punto, más que revivir el célebre problema de la posibili-

dad de la ciencia, suscitado por el primer investigador que intentó fundar una *ciencia de la virtud*.

§ 254. Este problema encierra el examen de una antinomia, cuyos términos son: 1.º, únicamente los individuos existen; 2.º, sólo hay ciencia de lo general.—Schopenhauer niega la ciencia histórica con el mismo derecho que Sócrates y Aristóteles fundaron la ciencia de la virtud. Llevando la antigua argumentación hasta sus límites extremos, no se hacía sino aumentar la irreductibilidad de los términos de la antinomia. El resultado fué la reacción contra todo sistema filosófico que partiese del concepto de «la humanidad en el tiempo» ó «el hombre en sucesión». El primer miembro de la antinomia («únicamente existen los individuos») fundará la antropología sobre la cosmología, considerando al hombre como un microcosmos. Aristóteles, en este punto, se propuso realizar una de las más constantes aspiraciones de los filósofos que precedieron á la Academia. Establece cuatro especies de causas, que reduce luego hábilmente á un sistema binario. Una vez hallado este sistema, intentará reducirlo á la unidad, y la investigación de esta unidad será el problema de la Escuela. Separadas la causa material y la causa formal, sólo los individuos tienen una realidad extrínseca. La duración del problema de los *universales* se comprende muy bien, porque supone otra antinomia más grave quizás aún: la sensación, definida como una síntesis creadora, es la posibilidad pura de las expresiones, en número infinito: así es que el carácter de organización, inseparable del concepto de individuo, es desconocido al individuo, en sí. El lector que nos ha seguido hasta aquí verá todo el enorme paralogismo del problema de las causas finales, del principio del movimiento, etc. Se reconoce el argumento fundamental contra el silogismo: la inferencia silogísti-

ca es una petición de principio, porque no se puede afirmar en la conclusión nada que no se encuentre ya en el primer término. Pues bien, la oposición entre lo particular y lo universal, es enteramente artificiosa; el conocimiento de lo particular debe fundarse en la síntesis. He citado, en la parte primera, la bella discusión de Comte sobre el método dogmático: sus palabras son muy justas —Cuando afirmo de un objeto cualquiera un atributo dado, afirmo inmediatamente, en la mayoría de los casos, que este atributo le es común con otros objetos. Siempre que digo:—la piedra pesa—cometo una petición de principio. En el caso en que el atributo es una propiedad exclusiva del objeto, la petición de principio no deriva de lo que el atributo tiene de material, sino de su forma, es decir, de la relación indeterminada del atributo con el sujeto (esta relación es expresada por el verbo). El razonamiento tradicional para fundar la lógica como un *ars inveniendi*, es muy sencillo: 1.°, el entendimiento, proponiéndose la investigación de la verdad, *entra en ejercicio*. («Excertitium facultatis cognoscitivae in cognoscenda veritate, sui constat regulis»); 2.°, este ejercicio supone reglas; 3.°, estas reglas deben concretarse y reducirse á una exposición metódica. En virtud de este razonamiento, el entendimiento permanece aislado: 1.°, de sus productos (símbolos, objetos); 2.°, de las reglas en vista de las que ejerce su actividad.—En Bacon, la lógica es una medicina ó pedagogía, dividida en cuatro artes *(ars inveniendi, ars judieandi, ars retinendi, ars tradendi)*.

Como se recuerda, la Apología de la Lógica, se refiere y se basa preferentemente en su utilidad como «instrumento de instrumentos» y «ars artium». Su carácter educativo preocupa únicamente (1).

---

(1) El escritor está constantemente penetrado de la

§ 255. Todo el análisis hecho hasta aquí de la naturaleza de las expresiones se rebela contra dicha concepción de la lógica y de la actividad del entendimiento. La razón se identifica con sus productos, y la Lógica es la actividad de la razón identificada con las expresiones. Una verdad es una expresión dotada de la capacidad de recibir imposiciones. El entendimiento es la posibilidad pura de estas imposiciones; pero, en sí mismo, es preciso definirlo como una expresión. Nuestro baconiano permanecerá fiel sólo al *ars indicii*.

No se descubrirá la legitimidad de estas afirmaciones, sino después de contemplar la coexistencia como lo perfecta y absolutamente ordenado. La génesis de «3 flores» es «3», y la génesis de «3» es «a». Las exigencias del estudio y del método de análisis, hacen que el investigador tenga que considerar las cosas, primero *en sucesión;* pero es carecer en absoluto de una verdadera vocación científica permanecer en esta primera fase del método.

El hombre *no puede conocer* la parte *accidental* de las cosas; vive en el centro de todo lo que hay de esencial: el νονμενος le pertenece. La sensación, en lo que parece ofrecernos de más aparente, es numénica. Una convicción tradicional, perpetuada

---

idea de la Lógica como un *arte* ó como un conjunto de cuatro artes; y el pasaje en que describe el proceso de distinción ó separación de tales artes, parece trazado á perpetuidad para cuantos tratadistas surjan en el futuro. Como de costumbre, sabe ser á la vez enérgico y ampuloso. «Artes logicae quatuor numero sunt, divisae ex finibus suis, in quos tendunt. Id enim agit homo in rationalibus, aut ut inveniat quod quasiverit, dut judicet quod invenerit, aut retineat quod judicaverit, aut tradat quod retinuerit. Necesse igitur est ut totidem sint artes rationales: ars inquisitionis seu inventionis, ars examinis seu judicii, ars custodiae seu memoriae, et ars elocutionis seu traditionis.»

en la analítica dualista, ha turbado todo el orden de nuestras percepciones. La distinción entre la inteligencia activa (νοὺς ποιητικὸς) y la inteligencia pasiva (νοὺς πα θητικος) subsiste aún en los cerebros; y el último sabio que ha escrito un *sistema de lógica* ha insistido mucho sobre la lógica, como una *ciencia normativa* (1). Si debe subsistir aún un dualismo en este orden de cosas, es preciso reconocer, por lo menos, que el espíritu posee la ciencia potencial de todo lo que se propone buscar en la experiencia (§§ 8 y 9).

El conocimiento histórico no podrá escapar á la ley que preside la genealogía de las ciencias. Los principios generales están presentes al espíritu del investigador: ante todo informan en una época dada, la ciencia gracias á la cual han podido nacer las expresiones; luego, estas expresiones se han unificado en «el espíritu del tiempo». La consecuencia inmediata es, pues, desfavorable á la idea fundamental de los especuladores sobre el carácter *a posteriori* de la experiencia histórica. En Alemania se partía unánimemente de la Analítica dualista y se oponía sin cesar la sensación á la percepción. La ley de los cinco momentos, de Fichte, las diversas formas de la tesis, la antítesis y la síntesis en Hegel y Schelling, no son más que aplicaciones prácticas de una tesis única: el dato de la experiencia está subordinado á una ley *a priori*. La sensación es el *fenómeno* (2).

(1) Während die Psychologie uns lehrt, wie sich der Verlauf unserer Gedanken wirklich vollzieht, will die Logik feststellen, wie sich derselbe vollziehen soll, damit er zu richtigen Erkenntnisse führe... Hiernack ist eine normative Wissenschaft, ähnlich der Etik. (Wund, *Logik*, I, einleitung).

(2) «El pensamiento, en tanto que actividad de lo particular, no tiene otro producto ni otro contenido que las

A pesar de sus protestas, Schopenhauer pertenece á la escuela: desde los primeros pasos de su carrera filosófica, había escrito: ¡Cuán pobre cosa es la sensación! aún en los órganos de los sentidos más nobles, no es nada más que un sentimiento local, específico, capaz de alguna variación en el círculo de su especie, pero, no obstante, siempre subjetivo en sí, y, como tal, no puede contener nada objetivo, por consiguiente nada semejante á una percepción». (*Quadruple racine* du principe de la raison suffisante, § 21). Esto es lo que se puede imaginar más opuesto á la teoría que defendemos. Los escritores de la escuela de que ahora nos ocupamos, representan una viva reacción contra el espíritu de Bacon, en todo lo que Bacon ha hecho por constituir el *arte de la indicación*. Por el contrario, parecen estar todos de acuerdo en que la lógica debe ser un *ars inveniendi*. Y la invención de los diversos momentos del iluminismo histórico, prueba, por lo menos, que han sido fecundos en las aplicaciones de sus tesis.

---

categorías»... «La lógica es la ciencia de la idea, en el elemento abstracto del pensamiento»... «La lógica no tiene por objeto intuiciones, ni siquiera representaciones, sino abstracciones puras»... Estas afirmaciones fundamentales, que se repiten constantemente en la *Lógica*, como se recuerda, justificarían esta crítica de Lotze: «Hegel construye bien los tipos eternos de las criaturas y de los fenómenos, pero su Idea olvida producir, por sí misma, ante todo, una totalidad de leyes mecánicas, según las cuales podría efectuarse, en el tiempo y en el espacio, toda reacción entre este gran número de copias, en las cuales están realizados los tipos eternos». (*Psychologie*, tr. Penjon, p. 158).

En Schelling, se llega á un curioso pesimismo: «la doctrina, que somete el *todo* y la razón al entendimiento, ha recibido de nuestros predecesores el nombre de lógica, pues, no debe ser considerada sino como la ciencia del entendimiento». (*Bruno*, tr. Husson, p. 186).

III

§ 256. En este punto nuestro baconiano fundará su moral. La cuestión histórica se resuelve en una cuestión estética. El paso de la expresión pura á la expresión práctica, se realiza en virtud de un entusiasmo intuitivo que nos arrastra fuera de nosotros. Yo definiré mis acciones por sus principios. —Así como, popularmente, la noción científica se opone á la noción práctica, con más justicia opondré la acción apática á la acción entusiasta. Imagino una ciencia que estudiará deductivamente estas acciones; la exclusión de las acciones apáticas obedece á una primera razón de método. Este optimismo limita la moral, definiéndola por su génesis. Los economistas de la tendencia más clásica, han establecido relaciones entre la ofelimidad ó utilidad total y la cantidad determinada de un bien. Esta relación está lejos de ser directamente proporcional; en el límite, el aumento de placer ó de actividad se reduce á cero. La razón de este hecho se halla toda entera en el mismo carácter del placer, cuya teleología es la aparición en la conciencia como agente productor de energía: el «bien supremo» (el límite de toda cantidad posible de felicidad) tiende, como límite, á la inconciencia. Ahora bien, su energía primitiva no desaparece. Por tanto el principio de toda moral, deducido de la naturaleza de los cosas é *impuesto* á las cosas, debe ser llegar rápidamente al límite del bien, transformando el placer en acciones entusiastas. «La actividad dirigida por conceptos», en la cual el sabio veía la suprema virtud, no es la virtud misma. Esta actividad, en sí, en su espontaneidad, es el tipo de todo acto entusiasta; la substitución de la actividad por los conceptos, es el tipo del acto apático. Entre estos dos tipos de práctica,

se hallan todos los matices. El límite que reconozco en mí, exige la unión de la actividad pura con conceptos diferentes; pero «la actividad guiada por conceptos» será tanto más digna cuanto más participe el concepto de energía práctica, es decir, cuanto más verdadero sea. La vocación filosófica es una vocación para la vida. Si existe una ciencia de la virtud, no consiste probablemente nada más que en el secreto de aproximar el concepto á la acción y la acción al concepto. En estado moral, el entusiasmo me dirige y responde por mí. Tiene su fin preciso y yo no haré más que obedecer su voz. El delicioso humorista nos ha pintado á Tom Canty, el príncipe de la miseria, indiferente á todas las cosas, insensible á los que pronuncian su nombre, hasta entrar en el palacio de Westminster, que nunca ha visto, donde un Tudor, que ignoraba su existencia, lo espera. Cada acción lleva, en sí misma, su αναγκη. Cada acción tendrá valor no como un acto aislado, sino en relación con su exponente. La acción, sin este exponente, es inmoral, por lo que es imposible sea estética, es decir, expresiva. La virtud por hábito es peor que el vicio. No se puede hablar de la bondad de un acto antes de hablar de su intensidad. La primera condición que la acción necesita llenar para poder ser considerada como una acción moral, es que sea ante todo una acción propiamente dicha, es decir, que se halle tan lejos como sea posible del ecuador de indiferencia ó de la zona neutral; debe ser un elemento ποιετικος siempre distanciado del elemento παθετικος. Ante mi entusiasmo, todos los individuos desaparecen, y yo mismo también, en tanto que vida en el tiempo. Él permanece y nosotros pasamos. En presencia del dolor ajeno debo considerarme como en presencia de un vacío que es preciso llenar. La piedad es un excitante de mi actividad: como la pa-

ciencia, provoca mis expresiones. El espíritu que consuela es la vocación más intensa para la vida. Consolándome no hago más que filosofar sobre las cosas más íntimas; me impongo á los hechos de la experiencia, y me hago libre. «Las escuelas de filosofía, decía Leibniz, hubieran hecho mejor indudablemente, juntando la práctica á la teoría, como hacen las escuelas de medicina, de química y de matemáticas, y dar el premio al que mejor obrara, sobre todo en moral, más bien que al que mejor hablara». *Nouv. Ess.* 4.°, VII, 1-1).

PARTE SEGUNDA

Del Axioma, como principio de las acciones y de los propósitos

---

Capítulo Primero

I

§ 257. El primer hombre que tuvo la visión del triángulo, tuvo también *inmediatamente* la visión de todas las propiedades, pues es imposible, vgr., que un triángulo sea sin que sus ángulos sumados valgan dos rectos. Así también, las *percepciones analíticas*, que forman el objeto de una ciencia, están ya sintetizadas en la percepción única de la cosa (pues es imposible que la cosa exista sin sus propiedades). Finalmente, la Conciencia, percibida como un símbolo, exige la visión directa del espíritu como una expresión del Axioma.

El instrumento de estos análisis inmediatos, la Intuición, es definida, en su genealogía, como Axioma.

El problema del conocimiento se ha planteado así frecuentemente: 1.° ¿Qué cosas puede conocer el hombre? (*Límites de nuestras intuiciones*). 2.° ¿Corresponden las cosas conocidas á una realidad? *(Crítica del valor subjetivo de las intuiciones)*.

III. A—B—$\frac{B}{A}$—A—B

IV. ||: A—B: ||—$\frac{B}{A}$—A—B

V. ||: A—B: ||—$\frac{B}{A}$—B—A

VI. A—B—A (en tono de *B)* — B (en tono de *A)* — *A*.

La harmonía resulta de la melodía, y en ella tiene su razón de ser. *El sonido está en el sonido, como la cuerda está en la cuerda.* La disonancia misma, se funda en la concordancia. La ley de la música instrumental consiste en la individualización cada vez más absoluta de un número cada vez más considerable de instrumentos diversos (1).

§ 260. La imposición *a priori*, y antes de la reflexión, de todas las propiedades del triángulo, en el hecho de verlo, es una de las operaciones elementales del Axioma, derivada directamente de esta ley de harmonía. Como esto es cierto para toda proposición particular, lo es igualmente para esas proposiciones plásticas que se llaman las cosas, y en este sentido hemos definido siempre los objetos como símbolos.

La Ciencia es la teoría del Axioma, y, por lo tanto, no hay ciencia sino de la genealogía.

II

§ 261. No podemos llamar á un objeto bello si, á nuestros mismos ojos, no se manifiesta como un centro de posibles determinaciones. El objeto bello

---

(1) *Harmonia est relatio figurativa sive qualitativa.* (Kepler, *Harmonices mundi*, lib. IV, c. I).

es la *posibilidad* capaz de recibir en mayor grado nuestras imposiciones, ó de comunicárnoslas.

La emoción estética y la inspiración son las repeticiones, en nuevas condiciones, del estado de emoción y de inspiración que fué necesario para la aparición de las cosas. La contemplación es el espíritu de bondad fijándose en la parte dialéctica de las sensaciones y de las manifestaciones particulares.

El «juicio de gusto» (Kant) se funda en una referencia ó reminiscencia. Pero esta reminiscencia no es del *tipo* ó *ideal*, sino la vuelta á la *tendencia*, á la creación de signos encadenados, engendradores de otras imposiciones, y así hasta el infinito. —La sensación *en vías de hacerse.*—Esta visión es la naturaleza de lo bello.

§ 262. La evolución de la representación escultórica, el paso del símbolo *amorfo* (geométrico) al símbolo *expresivo* (figurativo) se presta á desarrollar la tesis que la escultura se elevó gradualmente, á partir de la litolatría, por una conciencia adquirida de la potencialidad del hombre. La evolución ideal completa parece seguir tres fases.

La escultura es, ante todo, una *prolongación de la expresión simbólica*. Escultura es culto á la piedra. La litolatría precede, genealógicamente, á la escultura. Esta es un progreso sobre aquélla, porque indica ya la presencia de un *deseo* de modificación, una confianza en el poder del espíritu sobre las cosas. Lo que distinguirá la actividad *religiosa* de la *artística*, será la mayor confianza en el poder del hombre como *modificador*. En la fase puramente religiosa, se toma la piedra como un signo suficiente de la divinidad. (Un dolmen, la piedra negra de la Meca, las treinta piedras cuadrangulares de Pharaè).

En la segunda fase, el hombre sólo modifica esquemáticamente (Afrodite venerada en forma de

pirámide, en el templo de Pafo, Juno en forma de columna). La tercera fase se inaugura con los esfuerzos del espíritu hacia la expresión concreta. Entre esta tercera fase y las anteriores, se observan transiciones, como la Diana en forma de obelisco. Sobre el informe peñón de Júpiter Terminal, que se veneraba en Roma, se ponían flores y se rociaba de aceite, como las piedras primitivas.

Trazando las épocas de la constitución de este arte, supongamos un investigador que impusiera leyes racionales á la historia. En el sistema á que llegaría, la historia no sería ciertamente su descubrimiento, pero sí su expresión. En esa historia quedarían *situadas* las cosas como debieron aparecer, prescindiendo de cómo aparecieron realmente. El documento, así, habría de resistir la verdadera crítica, que consiste, no sólo en descomponerlo, sino sobre todo en *situarlo*. Es una corrección — ó una serie sin límite de correcciones — que la visión racional entusiasta impone á los sucesos. La sustancia artística que entra á formar parte de todo temperamento filosófico, podría definirse *en primer lugar*, por este poder de interpretación de las cosas que aparecen en el tiempo. Un evolucionismo *terre à terre* se limita á formar la crónica de los fenómenos, y en esa crónica ó historia local terminan todas sus aspiraciiones; pero el único evolucionismo capaz de informar la Ciencia, es la historia universal de cuanto sucede como *cosa*. En este sentido, la Ciencia no aspira á definir ni á analizar las cosas, sino á verlas como símbolos. Para alcanzar esta visión, el filósofo razona. La Ciencia conduce á un entusiasmo.

§ 263. Toda la moral consiste en llegar á este estado de entusiasmo, en sentirlo y en hacerlo participar. No puede sostenerse por más tiempo el dualismo entre la «investigación intelectual» y los «resultados de la acción». Ambos factores no son opuestos. La

acción, como forma de la expresión, sigue el mismo proceso que la Sensación y la Idea. Desde la Intuición preempírica al Deseo y á la acción entusiasta, no hay solución de continuidad.

Una acción entusiasta hace *gastar*, en la acción misma, toda la Conciencia. El entusiasmo concentra todas las «manifestaciones», y las gasta enteramente en los efectos propios de la acción. Mi máximo progreso consistirá en harmonizar el sentimiento de mi *felicidad* con el de la realidad de mi *obra*. Esto me hará olvidar toda recompensa; porque la idea de mérito ó demérito desaparecerá inmediatamente al desvanecerse mi conciencia; entonces llegaré á un grado de conocimiento tal que ninguna de mis acciones me parecerá fría, y por mi acción me olvidaré de mí.

CAPÍTULO II

§ 264. El *determinismo*, en que continuamente va cristalizando el hombre sus expresiones, no es absoluto. No hay formas acabadas de expresión. Toda expresión es una forma de la Intuición, y por tanto participa de la esencia de ésta, que es la espontaneidad.

Esto se comprueba en la Sensación, considerada: 1.°, como un centro donde se terminan y se concretan las nociones empíricas, y 2.°, como un centro de donde arrancan otras expresiones. Esta parte *inédita* de la Sensación es el objeto de la Ciencia y de la Actividad.—No es cierto que el hombre se esclavice con el pasado: el pasado no es más que la forma aparente de que se revisten las esencias. Toda expresión debe considerarse, en potencia, como un centro de fuerzas espirituales. Las acciones, ó hechos que

se llaman «consumados», son siempre vitales: no hay verdaderos hechos consumados. El remordimiento no va desunido nunca de un deseo *sincero* de arrepentirse; es la reivindicación que el hombre hace de sí mismo y de su independencia, de su desligamiento del orden general de las cosas *hechas*.

§ 265. La distinción de la *materia* y de la *forma* del acto moral, en un concepto científico, no podría subsistir. Ciertamente, la acción es moral cuando está producida y sostenida por el entusiasmo. Pero, según este principio, no hay distinción entre la *materia* de un acto y su *forma*..Aun en la acción más *material* (siempre en la acepción kantiana—teorema III de la Crítica de la razón práctica) la intuición preempírica es un factor esencial. Kant parece resuelto á hacer la distinción entre la materia y la forma del acto, según el grado de previsión. En el límite, el máximum de la previsión constituiría la acción más material, y una previsión igual á cero sería la *forma* más pura. Á este propósito puede hacerse dos observaciones: 1.º, la previsión, llegada á su máximum, es preempírica é informa la acción más *formal;* 2.º, el acto formal es un acto material.—Deduzco la primera de estas consecuencias de la imposibilidad de que una tendencia adquierauna expresión sin los elementos (favorables y posibles) de la expresión misma. En cuanto al principio 2.º, las expresiones no son condicionables en un límite fijo, sino que cada condición oculta la posibilidad de un número de nuevas condiciones, prácticamente infinito. Esta posibilidad nos obliga á admitir que la razón determinante de la serie se halla en la intuición preempírica, en la capacidad de calificar al infinito un número cualquiera de condiciones.

La distinción de materia y forma del acto moral, obliga á Kant á admitir un principio hipotético y un

principio categórico de las acciones. El mismo concepto de la previsión que le conduce á condenar el acto material, le obligará á sacrificarlo todo al principio categórico. Pero la *intención*, principio supremo de una «buena voluntad», es la condición *condicionante* del acto, y, en este sentido, no hay una forma absolutamente pura ni un estado moral perfectamente libre. Una intención fuerte, identificada con el acto, es una hipótesis gratuita. Se impone la distinción; pero, en este dualismo, las dificultades de un examen imparcial de la *intención* son casi insuperables. Es preciso, pues, admitir la intención entusiasta como un primer término.

§ 266. La distinción entre el *deber* y la *práctica* informa la base de todas las *morales del esfuerzo*. En Kant, la oposición entre «lo que es» y «lo que debe ser» es tan austera, que llega (como se recuerda) á suprimir los *buenos sentimientos*; siempre me ha parecido que el dualismo inflexible de crítica de la razón práctica, tiene su génesis en el dualismo establecido en la primera Crítica entre «las cosas que se dan» y las «cosas que son pensadas».—La oposición entre «lo que es» y «lo que debe ser» constituirá el primer paso hacia la moralidad; el esfuerzo del ser racional, en esta oposición, constituye la *conducta*, en la acepción más santa.

Kant establece una distinción radical entre el bien moral *(gut)* y el bien de sensibilidad *(wohl)*. La síntesis de los dos términos contradictorios, es el bien soberano (virtud y felicidad). Todas las morales del esfuerzo, conducen necesariamente á estos resultados.

La concordancia establecida entre el *gut* y el *wohl* ha promovido muchas objeciones. Una virtud-esfuerzo, coincidiendo con un esfuerzo-placer, es acaso la interpretación más favorable y que puede escapar mejor á las observaciones; pero es preciso

hacer constar que toda moral fundada en el *esfuerzo* se funda en una teoría imperfecta del Axioma.

§ 267. Lo que yo veo es gentes que cumplen acciones y gentes que se hacen la ilusión de cumplirlas en ausencia de todo entusiasmo. Ante esta observación, todas las teorías son pálidas y no me explican nada. Viendo hombres apáticos delante de hombres cuya conducta es un amor, no percibo una verdad tan profunda como la definición de la libertad como la esencia del Axioma. La *universalidad*, que Kant exige, ante todo, de todo principio fundamental de la moral, no justifica el carácter imperativo de este principio. «Hago lo que quiero: quiero lo que debo: debo lo que hago»: tal es el círculo de toda moral que quiere fundar en realidades concientes un precepto de Amor.

La «república de los fines» no llegará jamás sino por una confianza en todas las acciones intensas. «Obra de tal modo que la razón de tu acción pueda erigirse en ley universal».—No: obraré de suerte que la razón de mi acción sea tan íntima y personal, que nadie pueda reproducirla. Quiero obrar de suerte que mi entusiasmo permanezca inalterable. Ante este entusiasmo, en estado moral no reconozco fines: todos son medios, y yo también.

§ 268. La doctrina del derecho y la doctrina de la virtud *(Rechtslehre, Tugendlehre)* no pueden oponerse. Mi entusiasmo no reconoce límites, por la misma razón que no reconoce finalidad. Es una energía *continua*, por naturaleza, durante todas las fases que la conciencia descubre en él. Intelectualista, Kant pide para las escuelas un catecismo moral como el medio de enseñar la virtud, además del catecismo jurídico para incalcular la *conducta legal*.

«La idea misma de la virtud, había escrito, implica que no es innata. Debe ser enseñada. Provocar el entusiasmo, es inútil. Hay que desconfiar de

la sensibilidad». Pero la conducta debe ser el resultado de mis expresiones entusiastas: es una «sensibilidad», convertida enteramente en acción.

§ 269. Kant establece un contraste entre la conducta legal y la conducta moral. No se trata de una oposición propiamente dicha entre la moralidad y la inmoralidad: la conducta legal sería una zona intermediaria, en que las acciones son, *exteriormente*, las mismas que las que son dictadas por la conciencia moral. El criterio dualista es lógicamente llevado á sus últimas consecuencias; pero, en el concepto de un estado moral como estado de entusiasmo, la distinción entre la *legalidad* y la *moralidad* es imposible. La acción fría, cumplida y engendrada por el interés, no puede *permanecer indiferente*. La indiferencia, en la conducta legal, deriva, en el sistema kantiano, de la oposición del mal y del bien, aunque el filósofo proteste ensayando una moral «independiente de toda materia», una ciencia formal, como su lógica.

Kant está siempre bajo la influencia de una alternativa: I. Una acción cuyas consecuencias ó cuyas apariencias exteriores son favorables, no es una acción mala. II. Una acción cuya génesis es un *imperativo material* no es una acción mala.—Kant ha llamado á este ecuador conducta legal, y no la reconoce como *inmoral*.

§ 270. El contrato es «la convención por la cual una ó varias personas se obligan hacia una ó varias otras á dar, hacer ó no hacer algo». Deduzco la inmoralidad del contrato de estas tres observaciones: 1.ª Me impongo á mí mismo obligaciones sin entusiasmos. 2.ª Me propongo fines, lejos de un ideal. 3.ª Confío la continuidad del estado moral á motivos extraños á este estado.

El contrato supone la moral del esfuerzo; una *conducta legal*, vis-á-vis de la conducta moral.

§ 271. Los modos de la propiedad, que los juristas llaman «irregulares, pero legítimos», constituyen una materia de *conducta legal*, donde se ve claramente la inmoralidad, y contra la cual nunca serán bastante duras las quejas. La llamada adquisición por *usucapión* ó por prescripción, se funda exclusivamente en el *uso* de una cosa. En el principio que informa esta apropiación, sólo se tiene en cuenta la *longitud* de tal uso, el *tiempo*. En este concepto de tiempo, se excluye toda otra cuestión sobre los caracteres íntimos de un uso, que, ya desde luego, se considera no-entusiasta.

La trilogía del derecho real, derecho personal y derecho personal de especie real, arranca de la falacia de los opuestos, que luego se equilibran:—el derecho real sería la tesis, el derecho personal la antítesis, el derecho personal de especie real la síntesis ó cópula.—En un estado de entusiasmo, en que la *finalidad* no puede tener cabida, y en que la continuidad es la ley, todo me pertenece y de todo soy esclavo. Pero *cosa* y *persona* no son opuestos entre sí, ni una es *reductible* á la otra. La síntesis no puedo hacerla reduciendo las *personas* á las *cosas* (derecho antiguo), ni las *cosas* á *personas* (esteticismo moral, *Einfühlung*, de Lipps).

La verdadera *cópula* sólo se realiza en mí, y precisamente en el *estado moral* que me da el derecho sin limitaciones. Sólo mi entusiasmo hace la síntesis. Sobre las divergencias de *cosas* y *personas*, mi entusiasmo vivifica unas y otras. Se trata siempre de expresiones que puedo explotar más ó menos, y cuyo fondo será más ó menos rico en el grado en que yo desarrolle mi actividad.

En el *estado moral* más alto, desaparece toda noción de cosa inanimada, y las personas ceden su autonomía y su libertad. Es esencialmente opuesto al *estado moral*, tanto la propiedad sobre el objeto omo la distinción entre derechos.

También hemos visto que no hay una *conducta indiferente*, y que es insostenible toda distinción entre conducta legal y conducta moral.

En su estado inicial en el Axioma, la acción no puede ser reducida á preceptos. Por su misma naturaleza es *alógica*. Boblonsky mide exactamente su tiempo, distribuye sus horas para las matemáticas y las comidas, ama mesuradamente á sus hijos, indica en la mejilla el punto preciso de los besos: lo calcula todo, y es inmoral.

§ 272. La Conciencia nos hace dueños de la vida: la da como un capital, para que se gaste. La Conciencia, que es *tendencia*, decidirá. En esta sublime altura, el hombre—dueño de su vida—llega al dominio.—El suicidio (en todos sus grados y manifestaciones) sólo puede aparecer con un estado superior de mente.

Entre las muchas ideas optimistas que incrustó en la Etica el aristocratismo de Pitágoras, figura el respeto á la propia vida como á una cosa sagrada; los argumentos más poderosos que desde la antigüedad se transmiten contra el suicidio, son en su mayor parte, pitagóricos. Admitida la idea de alma como una harmonía, como un número, la vida del cuerpo se dignifica. Además, en el cuerpo el alma no sólo se revela como harmonía (en el sentido en que habla el *Fedon)*, sino que en el cuerpo se purifica y se perfecciona. De esa doctrina recibe la tendencia modificativa su sanción; pues, si en la vida se perfecciona el alma, aquélla debe sacrificarse á ésta.

Esta dignidad que el hombre adquiere de poder disponer de su vida y de *darla* en el heroísmo es la base del «estado moral». Como todas las tendencias, la vida es una cantidad que espera nuestros nombres, nuestra calificación.

Todos los europeos de estos tiempos duermen

pacíficos conservando como avaros sus vidas; y, cuando llegue el caso de venderla, es á un precio miserable. El miedo á la muerte, el excesivo apego á *dejarse existir*, hace de la Europa de hoy un pantano.

Entendida la virtud como una *harmonía* y la harmonía como orden y regulación, los filisteos reducen la más alta moral al arte de evitar choques.

Capítulo III

§ 273. La capacidad del hombre para *desear* es la primera operación del Axioma en la génesis del entusiasmo. Al deseo, derivado directamente de la tendencia, no puede renunciarse. Si el entusiasmo debe cumplir todas las reglas de «moralidad», tiene que nacer de un *Deseo*, definido como la expresión del Axioma. La moralidad del Deseo se funda, esencialmente, en su continuidad y en su intensidad. La capacidad del hombre para desear es inagotable. De cada movimiento, de cada «perspectiva de acción», de cada elemento sensible de acción (dolor, placer, lucha, peligro) surgen *Intuiciones elementales*. Así, una actividad continua, sin límites, ha de despertar intuiciones correspondientes, en una serie prácticamente infinita.

Pero todo deseo particular lleva en sí mismo la muerte: todo deseo expresado (realizado) es un no-deseo. El «deseo moral» debe participar de la naturaleza del Axioma.

El derecho de otro sobre mí, es absurdo. Mi entusiasmo debe ser independiente é inmortal. Mi *deber* no es sumisión: es afirmación de mi independencia. La obediencia no es á nadie, sino á mí, y — aun de

mí mismo—no á aquella parte del *yo* que se define como Conciencia, sino á aquella otra que es materia de la Intuición preempírica, que *causa* la Conciencia, como símbolo, escapando siempre á toda forma.

§ 274. El primer momento, en toda ética, es: seguir el impulso. Pero el impulso en su expresión propia, en su síntesis. Todo el trabajo *preliminar* de la antropología se encierra en esta cuestión: ¿cuál es el impulso primero?—La *expresión* del símbolo.

Por tanto, una moral de impulsos, debe seguir la tendencia expresiva, en su intimidad.

I. ¿Qué debemos buscar, los objetos ó nosotros? Buscando el objeto, descubriéndolo, estudiándolo, nos buscamos á nosotros mismos.

II. ¿Qué debemos buscar en el objeto? Formas de su expresión simbólica.

III. ¿Qué era el objeto antes de la forma? Un orden de sucesiones.

Así, siguiendo mis impulsos, *reconociéndolos*, me impongo un Ideal.

El Axioma está en las cosas y por las cosas lo conoceré.

§ 275. En el origen de los cultos y de las religiones, no se ve un sacrificio, una *crueldad*, sin un «razonamiento» que la justifique. Se comprueba también constantemente una *correspondencia* entre estas creencias.

El sacrificio humano consagra una alta filosofía del dolor, llena de profundas esperanzas. La intimidad de esa filosofía (parte teórica del mito) con las prácticas crueles (la parte práctica del mito, ó sea el derramamiento de la sangre es perfecta). Como si la mente humana no pudiera adquirir sus ideas *contemplativas* ó teóricas, que forman la base de sus convicciones más nobles, sino por una serie de experiencias, todo el progreso moral, en este

punto, ha sido una especie de síntesis ó simplificación, en que, fundándose en las tradiciones, se ha ido *abstrayendo* la Tendencia.—El símbolo moral resulta así, de una serie de prácticas religiosas.—El símbolo de la conducta resulta establecido por una especie de purificación y acaso no hay, en todas las ideas nobles, ninguna enteramente limpia de sangre. Están todas marcadas con el sello de algún sacrificio. El símbolo fué puesto en práctica; llegaba á la Conciencia de los primitivos comouna intuición sentimental, que ante todo revelaban en formas religiosas. Esta verdad, que forma una de las opiniones más sanas que hoy puedan predicarse á un joven — el dolor nos elevará y por él llegaremos á todo—la ven los primitivos como una cosa *práctica*, de momento. La Tendencia necesita proyectarse, á causa de su intensidad. El «Dios lo quiere» es la orden.—Los filólogos han seguido la evolución del *mito* y han encontrado la unidad en las creaciones morales de los hombres. A las almas abnegadas de Moloch; á las vírgenes vestidas de blanco y coronadas de flores, que en Bengala se ofrecen al sacrificio, debemos toda la genealogía de nuestras convicciones. «Los dioses tienen hambre, necesitan víctimas, démosle á nuestros amigos.» Y el feroz mejicano derrama sangre humana: un asesinato, fundado en ideas. «La sangre fructifica la tierra, renueva su vida, bendice Dios la mujer que se sacrifica para que nazcan las flores»—y la virgen de Kloth se ofrece como víctima. — Un análisis de esa crueldad da: 1.°, una clara adquisición intelectual de la diferencia entre «realidad y apariencia»; 2.° una visión de la potencia humana y de sus leyes; 3.° un desprecio á la muerte y un triunfo sobre la sensibilidad. Esos elementos intelectuales (base de la tendencia) encarnarán en la *praxis;* y de ahí el progreso moral. Adonis muere; Venus corre á su encuentro,

encuentra espinas, su sangre las baña y nacen rosas. Las rosas de Jericó nacen también de una herida de la Virgen. El santo, atacado por la lujuria, corre á un seto de espinos; su sangre derramada fecunda las espinas. La evolución del sacrificio, su «perfeccionamiento» se explica, sin destruir la tendencia ideal según la cual fué *instituído*. «El Creador hizo el sacrificio, al mismo tiempo que creó al hombre»—dice el libro del *Bienaventurado*—«por la virtud del sacrificio os propagaréis. El sacrificio será vuestra vaca de la abundancia». En la conciencia de un primitivo, ese sacrificio es para fecundar la tierra. Parten del «razonamiento siguiente»: el arroz no nace si no se riega con sangre humana. Y á ese principio se atienen. Cabe imaginar una época de más ferocidad en que la liturgia del sacrificio se desconoce, en que no hay esa intuición ya tan clara y tan complicada en el pobre Tarí de Bengalia. La falta del *razonamiento consciente* (dado que un estudio profundo del folklore lo hubiese demostrado) no puede destruir la existencia de un razonamiento que se agita debajo de la *Intuición sentimental*, que la nutre y la sustenta, que aún no puede manifestarse por falta de expresión, pero que obra en la praxis. La praxis, la función, creará luego otra función correlativa. El primer progreso realizado por la conciencia para comprender el Sacrificio, es la adquisición definitiva del *concepto de utilidad*. El sacrificio teleológico aparece á la conciencia iluminado por un rayo de altruismo: el razonamiento imperfecto que aparece por primera vez al umbral del espíritu, es demasiado primitivo (primeros pasos de la lógica) para que le convengan los títulos de «verdadero ó falso». Es intenso y eso es todo. Tan intenso, que puede hacer prácticas todas las manifestaciones de un orden moral. La sangre fecundadora de la tierra, la sangre restablecedora de la solidez

del suelo... son ideas intensas, ante todo. El suelo de Birmania trepida, los peñascos de Tep vacilan: la sangre del hombre les dará solidez para siempre. —La víctima se sacrifica para el bien de todos, y por la voluntad de un dios, que, ante todo, es concebido como fuerza y como justicia. Ese concepto es ya una dignificación de la crueldad, cantidad que irá ***cualificándose*** en la conciencia. La ***utilidad*** tiene su base optimista en la potencia del hombre, en el valor del destino humano sobre las cosas; hace nacer las rosas y las plantas de los peñascos, consolida las rocas de Tiro y el movedizo suelo de Birmania. Ese concepto de la ***utilidad*** del sacrificio caerá cuando se fije la atención en la necesidad de aplacar las ***iras*** de Dios. «Dios tiene hambre», y el mejicano mataba ferozmente para saciar al dios.

El sacrificio, en su último ascendimiento, significará la conciencia de un triunfo del ideal, de un obsequio al ideal mismo; pero habitando el Ideal mi conciencia, formando parte de mi naturaleza más íntima, la muerte por el Ideal á que no renuncio es el sacrificio de una parte de mí mismo á otra parte, para mi salud. Las primeras veces que se lee el ***Critón,*** no se entiende del todo; se siente demasiado la energía de Sócrates, se califica de obstinación sus razonamientos más hábiles; se le desea ver libre de Atenas, se quiere que acepte las proposiciones de los amigos y que emigre de un país de ingratos. El Critón gusta, se aprecia en toda su majestuosa moralidad, cuando se considera el triunfo del hombre sobre sí y sobre los demás, el incienso en que quiere ver deshecha su propia mezquina forma, para quemarla religiosamente delante del Ideal, la parte más noble de sí mismo y que le ha de sobrevivir.—El sacrificio se ha ido ***individualizando*** cada vez más, según la conocida tendencia del progreso; al concepto de utilidad para los demás ha sustituído el de «utilidad para mí mismo»; esta

utilidad repercute sobre los otros. Mi voluntad fecunda voluntades y así soy útil á todos después de haber sido íntegro conmigo mismo. El sacrificio «moderno» es una tendencia á la inmortalidad, á salvar de nosotros la parte más noble, y más grande. En una teoría biológica que estuvo en bastante favor en las Universidades de Europa, la herencia procede por síntesis, eliminando del protoplasma las partes más esenciales de los padres, que éstos transmiten á los hijos, nuevos depuradores á su vez, y así sucesivamente. El sacrificio es esa misma tendencia á salvar en el inevitable naufragio, lo más representativo de la conciencia, lo más preferible de la vida. Tampoco gusta, en el *Fedón*, en la primera lectura, la imperturbable sequedad de Sócrates para Xantipa, sus órdenes severas de que se retire, su anestesia moral para la ternura de las lágrimas. Y, sin embargo, para el hombre que había tenido ya el valor de hacer en un instante de resolución suprema la *síntesis*, familia, amigos, patria.... todo está en el mismo nivel que la propia vida de su cuerpo, á la que ha decidido renunciar. La grandeza soberana del Sacrificado se funda en su voluntad. El antiguo simbolismo se liga al nuevo; la sangre del hombre riega y fecunda la tierra, y tiene poder para fijar las rocas. Pero el símbolo antiguo de este poder tiene ya un centro: el hombre mismo, su intimidad de conciencia, de donde partirá luego á otras conciencias y al «reino de Dios». Él es un enriquecedor de ese *reino*. El salva su *alma*. El progreso hacia ese centro es toda la teleología de la tendencia al sacrificio, que, en el fondo, como todos los impulsos de la Naturaleza, es la tendencia á la Expresión. El temor de la muerte, la sensibilidad, el terror «á la Du Barry» son imposibles morales en el heroísmo. Un sintetizador, no siente; enfoca todas sus energías al centro de su vida, retira toda su

sangre al centro que ya no morirá, y se entrega exhausto, contemplador sereno de su propia grandeza.

§ 276. Una delimitación del *yo* y de su alcance, como factor de moralidad, es difícil establecerla. El Axioma, como percepción de una cierta potencia, se ha hecho receptáculo de otros *Idola* que sólo deben ser atribuídos á nuestra propia deliberación y á los perjuicios que ésta determina.—El Axioma es una *dirección;* y la conciencia es la visión de esa dirección y de su necesidad. La discusión sobre el egoísmo y el altruismo, y del diverso tipo de moralidad fundado sobre ambos términos, es importuna.

La piedad no puede constituir, de por sí, excepción en la ley general de desarrollo de la Tendencia. Es una *dirección*, con entusiasmo primero, cuyo fondo es *dialéctico,* pero cuyo carácter moral es la actividad y la expansión. Tal entusiasmo es *independiente*, es *continuo,* y está alejado de toda *finalidad.* Su carácter de independencia se descubre en la incapacidad con que los psicólogos han pretendido establecer su carácter íntimo y su origen. Su mismo *panegirista*, es débil para contestar á las objeciones que hace de tal sentimiento una prolongación del egoísmo; pero los defensores de esta última tesis no agotarán el fondo *ideal* y axiomático, que encierra este entusiasmo de la piedad, al cual todos los «razonamientos» le convienen.

Toda «expresión» de la piedad podrá reducirse siempre, con el mismo éxito, á términos de egoísmo ó de altruismo; pero su *intimidad*—como Tendencia—debe buscarse en ese tránsito de lo rítmico á lo plástico, *causado* por el Axioma.

La argumentación de los *egoístas* se refiere principalmente: 1.°, á la liberación de un dolor propio, que nos despierta la vista del dolor ajeno; 2.°, á la necesidad de hacer valer el sentimiento de potencia, ...plegando la «acción» en corregir una «injusticia».

Este sentimiento va seguido de placer. — Ese dolor y ese placer explicarían todas las manifestaciones de la piedad. Así, pues, el problema queda reducido: 1.°, á las manifestaciones internas de la sensibilidad; 2.°, á las acciones cumplidas bajo el impulso de ese estado de sensibilidad. El fondo común de los razonamientos es éste: la irreductibilidad del placer y del dolor.

Una experiencia bien establecida comprueba las disociaciones entre los estados de piedad y los de un verdadero amor, en el sentido más amplio y entusiasta. Cuando tal entusiasmo pasa, aún queda un sentimiento íntimo de piedad entre las personas; éste es un sentimiento entonces aislado, y su separación se siente perfectamente. Igual disociación recae sobre el amor, entusiasmo que abarca en sí toda otra manifestación sentimental. La coexistencia del amor y la piedad no es, pues, constante: más bien se observa el caso contrario de una coincidencia del amor y de una *impiedad*, en el amplio sentido de la palabra. «Los dientes muerden de amor como de venganza», dice Antonio Pérez en alguna de sus Cartas.

El Axioma, que por la *convicción* de la piedad, nos hace asistir al espectáculo de uno de los elementos de la genealogía de los símbolos, por el amor nos acerca á su misma esencia, en tanto que agente del tránsito de lo rítmico á lo plástico.

§ 277. En el amor sexual, sólo puede pensarse en el «genio de la Especie», á condición de que obre no *para el hijo,* sino *para la expresión.* Schopenhauer ha desviado todo el curso de su primer pensamiento, al combinar las parejas para formar hijos, una vez que habló en ellas el genio de la especie. Si los hombres fueran capaces de ser siempre en estos asuntos sinceros, siempre reconocerían que las veces que se han sentido más felices al lado de su

pareja, coincidieron con las horas dadas á la conversación, es decir, á la expresión más espiritual. Muchas veces puede pensarse en los viajes al descubrimiento de la realidad, «de los países desconocidos del corazón»: una nueva edad heroica en las relaciones sexuales se hace esperar: en cuanto á la edad de hierro, la de la piedra por pulimentar, etc., la cantaba Tasso, reduciendo toda la riqueza expresiva de los amantes á estos términos:

Teneri sdegni, e placide e tranquille
repulse e cari vezzi e liete paci,
sorrisi e parolette e dolci stille
di pianto, e sospir tronchi e molti baci.

La procreación del hijo es una puerta que abre la Naturaleza para no agotarse, y con la esperanza de que el nuevo sér podrá expresarse mejor.

Cuando el amante realiza lo que él llamaba su felicidad, está mucho menos dispuesto á darle ese nombre suave y algo misterioso: conoce bien que algo no revelado tiene aún el amor para él, y aún besa á la mujer que ha poseído. Cuando era un deseo, la parte de curiosidad y de inquietud dolorosa del amor era una garantía de *expresión;* después que el deseo se ha realizado, la expresión fracasada cede el paso á la esperanza de un nuevo sér. El abrazo sexual, es en sí, egoísta — «el egoísmo de dos» — y él de por sí aniquilaría la vida, después de aniquilar la idea; la Naturaleza ha atendido á esto, y, al levantarse los vencidos, se creen en vano desligados del mundo; la mujer lleva ya el germen de otra vida, de que se espera más fortuna.

Los dioses se vengan de los primeros cultivadores, de los primeros fecundadores de la Tierra. Jasios, fecundando á Demeter en el surco tres veces laborado, es muerto de un rayo de Júpiter olím-

pico.—El Dios del *Timeo*, es más dulce; hace el mundo porque «no tiene envidia».—Zeus, en cambio, es todo celos contra el poder humano: Jasios y Prometeo son la rebelión y el Excelsior. El dios antiguo, pasividad y *actualidad*, tiene la potencia de que es capaz un sér inferior, pero *en progreso*. La parte más lógica del mito antiguo es ésta: una vez admitida la *actualidad perfecta* de Zeus y de los dioses, se limitan por necesidad. Esa limitación es inferior á la limitación del hombre. El hombre puede ascender, y su potencialidad lo salva. El hombre muestra todas sus aspiraciones. Los dioses las conocen: contra ellas disponen el aparato de su fuerza, y fulminan rayos y aplastan á los mismos gigantes bajo las montañas. Pero el griego confía en que el hombre se levantará.

Entre las tendencias más destacadas de la Cosmología griega, predecesora de la época filosófica, propiamente dicha (1), figura la de hacer intervenir á Eros en todas las creaciones de Zeus: éste opera con varios elementos, de los que el indispensable es Eros. En el Caos primitivo reina un desorden sin leyes, hasta que interviene el amor. Luego se hace necesaria una transformación de Zeus en Eros, para que todo acto creador sea posible.—Esta idea se desarrolla en el Timeo, variándola así:—Dios no puede formar sino dioses.—Toda esa Cosmología es susceptible de ser interpretada en el sentido de que la Energía está en la esencia misma de la Ideación, de la Sensación, pues por ella pasa la Tendencia de potencia á acto. Pero no puede hacerse una reducción de *idea* á *voluntad* ni de *voluntad* á *idea*. Su síntesis está en un principio superior de activi-

(1) Desde Tiedmann, es Tales de Mileto el *primer* filósofo de Grecia.

dad. El Axioma, que *causa* toda evidencia y toda forma, causa también toda actividad.

El amor sexual es un episodio de esa actividad misma, y su naturaleza es la *expresión* del Axioma. En medio de la mayor satisfacción y en medio del dolor más grande, algo permanece indiferente dentro de nosotros; se diría que hay una parte del alma imposible de conmover, á donde no llegan ninguna de las impresiones con que nos acercamos á las cosas. Aun cuando ese sentimiento de indiferencia no sea igual en todos los hombres, y aun cuando los grados de intensidad varíen mucho, es un hecho de observación que tal indiferencia perdura aún después de todas las emociones, cuando éstas no tienen otra realidad que la del tiempo pasado. Inmediatamente después de todo placer una pregunta instintiva, casi fisiológica, nos advierte de la insignificancia del momento gozado, de su *inutilidad* objetiva, de su valor completamente variable y sujeto á cualquiera otra valoración que hubiéramos querido darle. Entonces comprendemos que era lo mismo haber gozado que haber sufrido, que el dolor pudiera haber entrado como sustituto, sin alterar en nada al sistema de nuestras ulteriores representaciones, aunque tal vez ganando mucho para nuestra suspirada reforma moral. Entonces comprendemos la falacia del optimista ó del pesimista, que clasifica las cosas y su teleologia por el efecto íntimoque producen en la sensibilidad. Nuestra lógica quiere un *más* en toda expresión: su contenido, que juzgamos prácticamente infinito — su contenido y no su forma es lo que verdaderamente nos atrae. Esta conclusión, deducida del examen de nuestras percepciones, se impone al placer y al dolor — en un sentido amplio. — Tales fenómenos resultan limitaciones, dentro de los cuales, sin embargo, reconocemos una potencialidad. Siempre el

poeta ha tenido palabras duras contra el amor *inexpresivo;* en las épocas robustas, se pide al amor especialmente pruebas de fuerza para la idea. Se recuerda la oda de Horacio al joven romano dormido entre caricias. El poeta es siempre austero en las épocas decisivas; Carducci, ve el 70 las ridículas bodas con el mar; luego decide dejarse ir á los jardines de encanto y á las sonrisas; pero exige como condición ineludible que Juvenal trueque el *esametro ansante* por el gliconio, y que los fulgores de Dante «su da l'inferno e giù dal paradiso» se endulcen con café con leche. Es un poeta-soldado, siempre en su puesto, que quiere que el amor engendre la guerra.

La teoría del amor sexual, como un entusiasmo para la expresión, concuerda con las observaciones de los naturalistas: los pájaros se unen «espiritualmente» antes de la primavera, época de la cópula; muchas aves sienten también el amor, antes de ser capaces para el acoplamiento.

El amor contiene el espíritu de sacrificio y el espíritu de piedad, en sus fases más importantes. Las combinaciones hechas entre el amor y otros hechos que, al parecer, siendo sus contrarios, dejan un sentido de ironía, han tentado á muchos escritores: «Amore e Morte», para Leopardi, «Débauche et Amour», para Baudelaire; «Genio del hambre y genio del amor», para Turguénieff... he ahí las parejas de hermanos gemelos en que la fantasía ha querido representar los conflictos más superficiales de la expresión. La Naturaleza, en su tendencia á expresarse, mata al insecto una vez cumplida la *generación*, en que volverá á poner toda su esperanza, para sufrir otra nueva desilusión, y así ir progresando hasta el hombre: mata al insecto hembra, después de la puesta de los huevos, y al macho lo sacrifica antes, cuando los ha *fecundado*. Las plantas anuales se secan cuando han fructificado y florecido.

Del contenido, aún no podemos sacar sino escasas intuiciones, y toda la potencia expresiva está consumida en los actos de aproximación y de posesión de la hembra. Los naturalistas sostienen que lo que importa es, sobre todo, la especie. La Naturaleza va, de todos modos, hacia el individuo, pero sólo respetará á éste cuando le sirva para la expresión. Cuando el individuo sea representativo, cuando pueda sustituir á la especie entera, entonces *vivirá*. A esta obra tiende siempre la Naturaleza: mata á los degenerados, á la cuarta generación. La araña hembra se come al macho, tan pronto como la ha fecundado: he ahí el feminismo más radical y hasta más consolador. — El antiguo mito de la convivencia entre el hombre y la mujer, empieza en la división de una célula primitiva: la Naturaleza los separó, para que cada uno hiciera su *experiencia* en el mundo: de la fusión de ambas experiencias resultará la expresión. Pero esa combinación de expresiones es un esfuerzo, un *excelsior* dificilísimo, y, en cuanto se encuentran tienden á unirse, aun cuando se volviera al primitivo estado. El amor es egoísta, y tendería á abolir la especie. He aquí por que entonces, como por una esperanza, se produce un sér nuevo. —Rama dormía en el bosque, y le apareció Sita, la hermosa sacerdotisa: era bella, resplandecían sus ojos azules como la flor del loto. Una voz superior se dejó oir: le daba á elegir entre la mujer ó la salvación eterna. El sentido práctico era éste: si te ves arrastrado hacia ella, no os confundiréis egoístamente, sino que produciréis entre los dos una nueva cadena que os ligará al mundo: otro sér nacido de los dos. Rama esta vez triunfó: tocó á la mujer en la frente, la bendijo, y la dejó vivir. De haberla amado hubiera muerto, hubiera sucumbido, precipitándose sin esperanza en el mundo empírico y real, donde corre el tiempo y donde se pierden las ..s. Rama la salvó y se salvó á sí mismo.

El amor es una cantidad que espera nuestros nombres. Y puede recibirlos todos, á partir del más miserable.

§ 278. El terror por la muerte es una pasión adventicia. El terror por la muerte tiene su base física en ese *animal artificial* que va construyendo (en oposición al animal natural y sincero, hijo de las fuerzas espontáneas del sér) el hombre en sí mismo. El miedo espantoso de una Du Barry delante del verdugo, es un miedo *físico*, una conmoción sensual, en las raíces de ese animal de artificio en que ha consumido todo su brío el hombre. De todos los esfuerzos para la *expresión*, el hombre es el único sér que (á losojos mismos del hombre) puede ser hoy examinado: tiene la potencia modificadora por excelencia. Pero, en su *libertad* se ha perdido y se pierde muchas veces, invirtiendo todo el plan de la organización y formando un *animal artificial*, con instintos que él mismo se ha dado, que á nadie debe sino á su potencia misma y á su *tendencia modificadora*. Pero esa misma tendencia, desviada, ha producido el animal artificioso, organismo sobrepuesto como un parásito en las entrañas de otro organismo, gastándolo, consumiéndolo, viviendo á expensas de él, inutilizándolo para la acción y para la expresión de los impulsos. Ese parásito, que en algunos hombres, desde muy niños, ha acabado por oprimir al animal fundamental, da esa irritabilidad y esa timidez ante la muerte, y en general, ante el sacrificio ó el esfuerzo. Los caracteres de ambos «animamales» son opuestos entre sí: y la lucha de sus diversas tendencias, en los individuos poco evolucionados aún, ó indecisos, perpetúa un dualismo que no sería tan enervador y, al mismo tiempo, tan fuerte, si se fundara sólo en la lucha del «alma y del cuerpo», ó del «ángel y la bestia»: son dos bestias las que luchan, dos sistemas nerviosos

yuxtapuestos, uno de los cuales es parásito del otro. El animal artificioso es tímido; por su misma posición y por su misma labor, huye contactos. El otro es esencialmente expansivo. Esos caracteres contrapuestos sostienen la lucha. Nuestra pedagogía es falsa, porque favorece esos sistemas de inhibición. Toda nuestra pedagogía es inhibidora «ab initio», «à priori». Favorece al «parásito». No es una pedagogía de *entusiasmos*, sino de *evites*. Las famosas «virtudes» se toman por normas à priori, y no se da nunca el *entusiasmo de la virtud*, sino el miedo al vicio. Ni tampoco el odio, sino el amor diluído y sin matices, falto de energía modificadora.

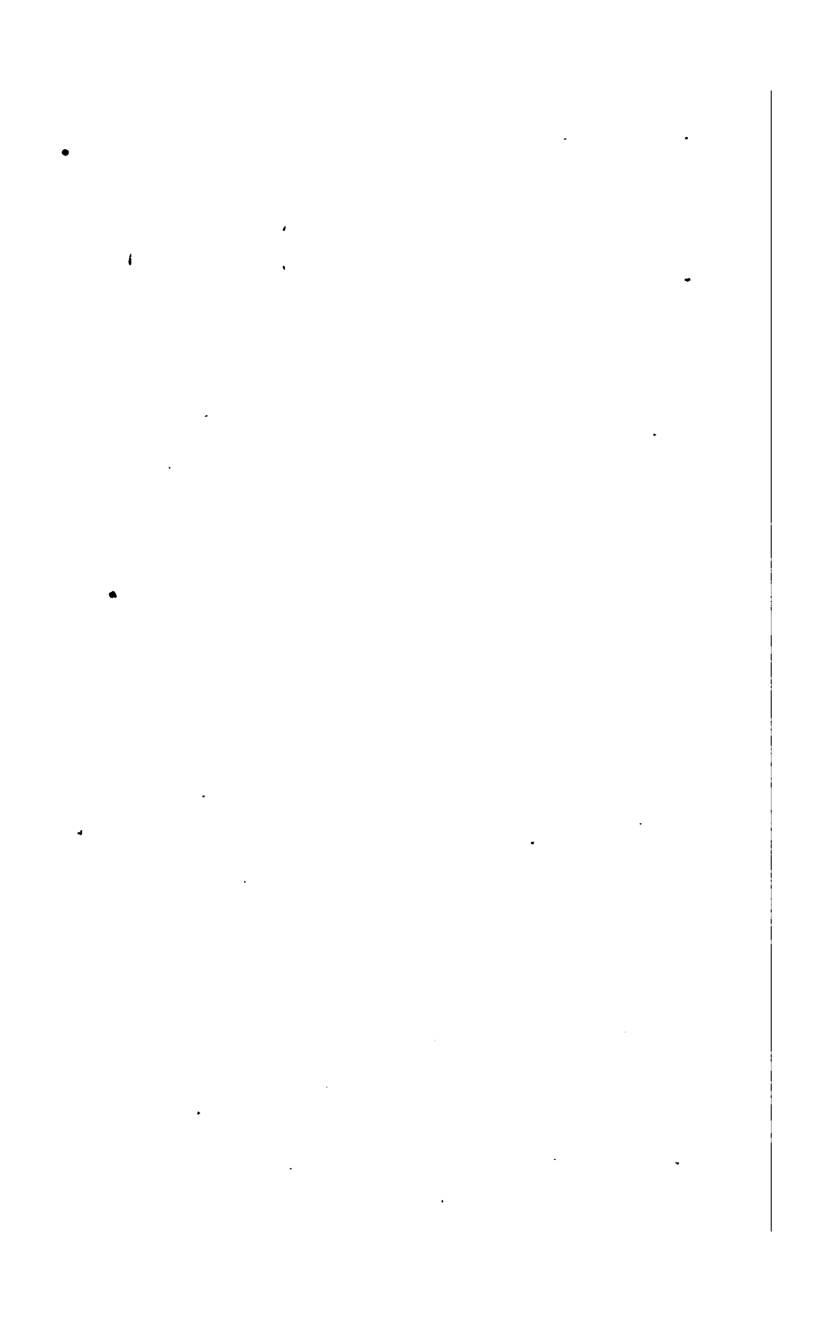
El educador debe elevarse por encima de si mismo. No vale delante de su discípulo por su sola personalidad, sino por su carácter representativo y por su pasión universal é incapaz de concretarse ó, de *detenerse* sobre las cosas. Un castigo sólo es eficaz (si alguna vez lo puede ser) cuando en él la ira está sacrificada á una pasión más alta por la Justicia. Todo educador debe tener conciencia de la humildad que debe á los niños, es decir, á unos seres aparecidos sobre la tierra por la desviación equívoca de las corrientes expresivas en las relaciones del hombre con la mujer. Una generación hace la educación de la siguiente; pero debe resignarse á morir en ella. Su misión está cumplida, cuando transmite la esencia misma del movimiento y no la dirección de la fuerza. La generación educadora, sin embargo, es avara y pródiga á un mismo tiempo de su personalidad; semejante al individuo viejo, conservador por fuerza, tiende á perpetuarse en los niños. Un educador debe resignarse á morir enteramente á manos de sus niños, á ser absorbido por el espíritu nuevo, contra el que no opondrá resistencia. Ayudará á ese nuevo espíritu en la forma en que puede ayudarlo: siendo un *sugestionador*, y teniendo

algo de aquel orgullo con que Sócrates se declaraba hijo de una partera.

§ 279. Los elementos de nuestra actividad entusiasta, la piedad, el amor, el sacrificio, *definidos*, nos elevan al conocimiento. El Axioma se concreta en la forma de estas expresiones, y así es la causa directa de nuestra intuición. Como tránsito de lo rítmico á lo plástico, lo reconocemos en nosotros mismos, después de haberlo reconocido en las cosas.

Cuando el Dios de Israel quiere dar una prueba de su potencia, se introduce en las entrañas de la vida, en los misterios de la generación: ¡Agar, Isabel, María! De una estéril, hace una madre, da hijo á una virgen. Eleva el tono de toda vida, como dueño absoluto de las fuerzas del sér. No han tenido los hebreos un rasgo más grande de carácter. Luego Jesús repetirá en casa de Nicodemo: *En verdad te digo, es preciso que el hombre nazca de nuevo.*

El amante entra en una visión rápida de las primeras leyes de las cosas, y las percibe en unidad.



PARTE TERCERA

De la vocación especulativa

Capítulo Primero

§ 280. Cuando el espíritu vuelve sobre sus construcciones y distingue los elementos, empieza á poder llamarse justamente libre. La especulación es la operación más elevada del Axioma, como elemento organizador de los símbolos. Todo el entusiasmo puesto en la *creación* de las cosas se concentra en el método. La inspiración es el acto de amor de la inteligencia con las cosas.

§ 281. Amando mi persona, respetándola, no la considero en el sentido general de un círculo suficiente y rígido, sino en el de una esencia capaz de determinarse á conocer. Pudiera invitarse á un hombre preparado á trazar una historia de las diversas soluciones del problema del conocimiento, desde un punto de vista moral. Abandonando la posición puramente lógica, se llegaría á hacer en este punto una investigación original y profunda. Estudiada así, se vería el desarrollo de la idea del ***poder humano***, en las convicciones de los jefes

de escuela. Desde Descartes, la Gnoseología es crítica; sobre ella se funda la Dogmática imponente de Leibniz. El *Discurso del método* coloca en sus términos propios el problema de la «dignidad humana», frente á la apariencia de engaño ó á la sola duda de no ser serio. Sus razonamientos le llevan á un intelectualismo que será la base de Leibniz, tanto para la crítica cuanto para la dogmática. Leibniz, negando objetividad á las nociones de Espacio y de Tiempo, completa su optimismo intelectual. Con Berkeley la *moralidad* de la Crítica y de la Lógica gana en intensidad. El intelectualismo de sus predecesores le molesta tanto como el sensualismo de Locke: acentúa la parte dogmática. Desde ella, desde las alturas de su idealismo, hará esta pregunta concreta: — ¿Si decís que el espíritu del hombre no se pone en relación con las cosas, cómo estamos seguros de la correspondencia entre nuestros conocimientos y la objetividad del mundo? — La Crítica no podía llevarse más allá. Pero Berkeley no cree en ese *problema,* no da importancia á sus soluciones probables: — «Dios nos ha dado el deseo de conocer, y Dios no puede engañarnos.» — El optimismo de Descartes, de la potencialidad del *yo* en la esfera propia del *à priori*, le anima á construir el mundo sobre matemáticas; el principio de la razón suficiente y el de la *armonía*, animan á Leibniz á formar una dogmática genial. El optimismo de Berkeley es menos crítico y más entusiasta.

En todos los investigadores de la escuela crítica se encuentra siempre un resto y hasta una preponderancia del *à priori.*—Descartes no consigue contestar á todas las objeciones sobre la «prueba ontológica»; Locke distingue las *ideas complicadas* de modo, relación y sustancia; Kant admite un à priori sensible y un à priori del intelecto. — Este principio informa la continua *moralidad* de la escuela crítica: el mis-

mo Hume, el más audaz y radical de todos, después de haber «dado muerte á la Metafísica» y de caer en un escepticismo absoluto, en el orden de las ideas, no cae ni por un momento en el *escepticismo de la acción*. Cuando fracasa como psicólogo y como metafísico, escribe en uno de sus ensayos: «Un sentimiento interior nos obliga á aceptar las apariencias.» En virtud de ese *sentimiento* se dedica á la economía política, escribe libros de historia y de literatura.

La misma *vis preempírica*, que conduce á Kant de la Astronomía á la Metafísica, le guiará desde la Crítica á la Moral.

En virtud de ese impulso (convicción común á todos los hombres) un hombre sincero, que haya afrontado todas las emociones de la reflexión sobre «el límite de nuestros conocimientos» no caerá nunca desalentado delante del *Alogismo*. En la vida diaria, el llamado «instinto de conservación» nos hace ver una porción de desesperados que viven á pesar de todo, sin poderse dar bien cuenta de ese apego á una vida de que reniegan. Ese *instinto* ha de tener su base en la idea, según leyes conocidas; es limitarlo demasiado poner toda esa base ideal en el «miedo al más allá» de Hamlet. — El instinto de conservación es la traducción afectiva de una fase de mente porque han pasado los pensadores más grandes y sinceros desde el siglo XVII.

En esa *norma* para salir del idealismo pietista y escéptico (primera posición necesaria del criticismo) á la Acción (grado decisivo de *moralidad)* se nota también un progreso: en la primera fase, Descartes es audaz y vigoroso, como lo serán todos luego. Sus *Meditaciones* están llenas de ataques; pero en la segunda fase, todo el aparato lógico es abandonado por un *deus ex máquina*, á quien hace intervenir ontológicamente, y á quien da la perfección.

En la historia de la filosofía ha habido un momento de verdadera *persecución*, tras del primer «espiritualista» en Grecia, como lo hubo para el primer filósofo. Retirado de esta categoría Hesiodo y Ferécide, aun anduvo la condescendencia de los críticos girando alrededor de Epiménides, Esilao, etc. Tiedmann fué propiamente el que depositó en Tales de Mileto todo el honor de *iniciador*. Encontrar el primer filósofo era empresa mucho más fácil que encontrar el primer espiritualista.

La determinación del primer *idealista* serádificilísima si no se parte de la base de que el hombre, al raciocinar, es fatalmente idealista en el verdadero sentido: es decir, su Intuición preempírica la deposita sobre las cosas y las anima. Por el hecho mismo de pensar de «empezar á pensar» el espíritu conoce el Axioma, y lo *expresa* en cada razonamiento.

§ 282. Así, la historia de la filosofía es la historia de las expresiones de un mismo principio que pugna por completarse en esa serie de expresiones.

Sócrates decide encerrarse en sí, como los grandes solitarios. La aparición de su Alogismo indica un momento importante en la especulación. Sócrates entra en su propio *yo* para conocer. Sale desprovisto de ciencia, pero no de fuerza. El punto culminante, en la duda de Sócrates, está—como en la introspección cartesiana y en la introspección cristiana—en el optimismo con que empieza la especulación. Sócrates, en el fondo, hace el sacrificio de sí; la síntesis de sí mismo por un amor. Intuye el tipo de perfección (Ciencia divina). *Luego* el hombre—en devenir perpetuo—con fuerzas para llegar á esa perfección, debe confiar. Sócrates es optimista; de su exploración vuelve disgustado de la pseudo-ciencia, profundo odiador de sofistas y retóricos, á los que combatirá con sofismas y retóricas; pero guar-

dará su respeto y su entusiasmo para aquellos hombres con los cuales le es dado realizar unavida activa.

Descartes se encierra en sí, hasta nuevo aviso, y quiere invitar á todos á que le imiten; él tiene de tiempo sus motivos particulares. Fuera, un mundo que puede ser verdad ó que puede ser mentira; un Dios que pueda engañarle.—El Cristo dirá: «toma tu cruz y sígueme». Renuncia á todo. «No he venido para la paz, sino para la guerra.—Deja tu hermano, deja tu padre, deja tus amigos y sígueme.» Después del *yo dudo*, el *yo pienso*. Pensar es la realidad inmediata para el filósofo; en la religión, el término «pensar» corresponde á llevar á Cristo, vivir en él, que es la única voluntad digna de ser amada.—El filósofo se reconcilia con el mundo por su pensamiento y el cristiano ama las cosas por comunidad con Cristo.

Un mismo guía dirige esa peregrinación, esa reforma moral. Están seguros de sí. Destruyen con una idea preconcebida de edificar.—Descartes renuncia á todo, y á sí haciendo, para prepararse á la lucha una síntesis decisiva: se queda con su pensamiento, quintaesenciado. El cristiano, renunciando á todas sus emociones, á las del mundo y á las de sí mismo, hace también la síntesis de todos sus afectos y queda con uno que inflamará la Voluntad: ese afecto, es el amor que deposita en Jesús. Luego, al reconciliarse con el mundo, se reconcilia con su propio cuerpo, y, como un *Dux*, impone leyes á la Tendencia, la domina, la cualifica.—Nada tan anticristiano, pues, como la «no resistencia», el «sucumbimiento», la «negación de la personalidad».

En el Discurso del Método, se parte de dos ideas principales para la duda:

1.ª Llegado á un cierto punto de mi actividad científica, particularmente, deseo comenzar. Tengo fe en que saldré con éxito. Soy un poder: voy á su-

mirme en las tinieblas, como explorador. (*Discours*. I. *Méditations*. I.)

2.ª ¿Por qué he llegado á este descontento? He visto que algunas veces mis sentidos me engañan, es preciso tomar *todos* sus datos, y los de imaginación, etc., como provisoriamente falsos (*Discours*. IV). En el fondo, la argumentación silogística anima el *Cogito*.

Cogito, ante todo, es una fórmula sintética, una afirmación general de la Tendencia, pues, en Descartes el pensamiento es el alma. «Pensar, dice, no es sólo comprender, imaginar ó querer; es también sentir» (*Principios de filosofía*, I). «Con la palabra *pensar*, entiendo todo aquello que se hace en nosotros» (*ibid*). Así, pues, no es una afirmación científica ó lógica, sino práctica, de acción.

Su método, pues, ante todo es una reconstrucción ó una contraprueba, por vía reflexiva, de lo que el espíritu produce espontáneamente (1).

---

(1) *Oeuvres*, ed. Adam-Tannery. (Correspondance, I., carta CIV., febrero 1638). 3. Le premier principe de sa philosophie est: je pense, donc je suis. Il n'est pas plus certain que tant d'autres, comme celui-ci: je respire, donc je suis; ou cet autre: toute action présupose l'existence. Dire que l'on ne peut respirer sans corps, mais qu'on peut bien penser sans lui, c'est ce qu'il faudrait montrer par una claire démonstration.—Descartes, contestando á esta objeción, preparaba la vía á Spinoza (marzo 1638, carta XIII): I. Lorsqu'on dit: *Je respire, donc je suis*, si l'on veut conclure son existence de ce que la respiration ne peut être sans elle, on ne conclut rien, à cause qu'il faudrait auparavant avoir prouvé qu'il est vrai qu'on respire, et cela est impossible, si ce n'est qu'on ait aussi prouvé qu'on existe. II. Mais si l'on veut conclure son existence du sentiment ou de l'opinion qu'on a qu'on respire, en sorte qu'encore même que cette opinion ne fut pas vraie l'on juge toutefois qu'il est impossible qu'on l'est, si on n'existait, on conclut fort bien: à cause que cette pensée de respirer se présente alors à notre esprit avant celle de notre existence... Et ce n'est autre chose à dire en ce sens-là: *Je respire, donc je suis, sinon: Je pense, donc je suis...*

Esa hermosa unidad es el mayor mérito. En cambio, Kant se propondrá ante todo dos cuestiones: 1.º, las cosas son dadas; 2.º, las cosas son pensadas. Para esas dos cuestiones se propone dos preguntas: —¿Cómo son dadas? y ¿cómo pensadas? De este modo elevará su Estética y su Lógica.

Empeñarse en sostener el *valor lógico* del entimema cartesiano, es defender una mala causa. No hay modo de levantar á Descartes de su silogismo. Pero siempre será una tesis de elevada crítica, ésta: todo el razonamiento de Descartes no es, en el sentido de las escuelas, un razonamiento: es una poderosa afirmación de la personalidad.

Se han hecho elogios de Descartes. Ha podido parecer hasta una reivindicación del espíritu francés y de su influencia en Europa. Pocas cosas pueden compararse con esos tranquilos dramas intelectuales, en el origen de la época moderna, en la acción de un pensamiento que se desenvuelve, seguro de su misma dignidad y de sus medios para imponerse. En el terreno de las concesiones, el discípulo le siguió: la admisión de una *extensión real*, contrapuesta á la extensión ideal, donde se realizan las percepciones, se lo impuso á sí mismo para no acabar, á sus años, con la comunidad del Oratorio, que ya le había procurado disgustos. Bossuet atacaba irritado, y Fenelon, escribiendo sobre la gracia, no era precisamente suave; entonces el investigador dió realidad á los objetos—puesto que todos le juraban que los objetos existen, y que es pecado el negarlos—y, ya en el tránsito, recurría frecuentemente á la Escritura, protestaba de su fe católica y llamaba á Spinoza «miserable».

§ 283. El Oratoriano, que sacrifica el hombre á Dios, no se decide á sacrificar á ambos — *vidente* y *agente*—el mundo externo: la extensión «material». Después de haber rechazado toda comunión entre

extensión y *pensamiento* (extremando, en esta primera fase, el dualismo cartesiano que Leibniz reducirá y Spinoza confundirá) después de haber opuesto un mundo á otro, y de crear el término «extensión espiritual», cede á su fe católica más que á su intuición genial de metafísico, y da realidad á los objetos. Más *íntegros* que él, los sucesores de su platonismo, suprimirán las «ocasiones», y entrarán en la intimidad de *Dios*, «lugar no ya de los espíritus, sino también de todo lo que, á nuestra vista, aparece como cuerpo». Así, la oposición de:—El espacio, lugar de cuerpos—Dios lugar de los espíritus—se reducirá con el Obispo Berkeley á una síntesis comprensiva.

Esto es un progreso hacia la moralización de la Lógica: el hombre ya no sucumbe á dos pasividades.—Es solamente una vez, delante de Dios, pasivo.—La dignidad humana sube de categoría, con esta comunicación.

El Oratoriano opone, como su maestro, el pensamiento á la extensión. La extensión no puede producir el pensamiento; el pensamiento no puede producir la extensión. Dos imposibles morales, que se completan: el primero, conduce al alma; el segundo, á Dios. De la extensión al pensamiento, del pensamiento al alma, del alma á Dios, la cadena no se interrumpe. Però, en la serie, el alma es *inactiva*. «El hombre ve, Dios obra.»—Esa fórmula la tomará Berkeley, la elaborará Kant.—El *apriorismo* de Kant, que sólo se revela en contacto de la Experiencia, una Experiencia que se distribuye ubicuamente por el mundo sensible y por el mundo inteligible (en forma de reflexión interior)—ese apriorismo y la *cópula*, son influencias oratorianas vistas á través del idealismo de Inglaterra.

El punto de partida es siempre el mismo: el hombre no puede darse, *á sí mismo*, la visión del mundo

externo ni aun de su propia alma (en este último punto Descartes fué más radical que el Oratoriano. —Cfr. *Recherche*, liv. III, 2me partie, chap. II-VI). Admitido, pues, ese pesimismo, la contrádicción en el YO afirmado por la vía crítica, y el YO negado ó atenuado cuando se trata de reconstruir el mundo, es la base de toda una escuela (1).

La psicología analítica de Locke y Hume reduce el papel del «Intelecto» al de combinador de ideas—(hacen la distinción de ideas *sencillas* y *complexas*). Así, ponen un límite á la actividad humana, la cual *sólo* puede trabajar con datos primeros (sensaciones, ideas, imágenes, más ó menos asociadas según leyes fijas). Pero ¿la RAZÓN de esa actividad?—Disuelven el pensamiento, que es una síntesis. Y no pueden explicar la *intuición profética*, ni la «obediencia al plan».

Para Kant, todos los conocimientos empiezan *con* la Experiencia, aun cuando no *derivan* de ella. En cambio, en una gnoseología deducida de la teoría general de la Tendencia, el Axioma se *impone* á la experiencia y la dirige. El hombre conoce el Axioma, y lo expresa al filosofar.

§ 284. Los moralistas ingleses—esa parte más débil de la Escuela idealista que va de Locke á Kant —ejercen una poderosa influencia en la dignificación humana, que adquirirá su definitivo esplendor en la «ley que se dá á sí misma», con Kant.—Los mo-

---

(1) Sin embargo, Berkeley ha expresado claramente la filiación propia de su sistema, y en qué se separa de Malebranche: «Edifica sobre las ideas más abstractas y generales, lo que desapruebo en absoluto. Afirma un universo exterior y absoluto, lo que yo niego. Sostiene que somos engañados por nuestros sentidos, y que no conocemos la naturaleza real ni las formas y las figuras verdaderas de los seres extensos: yo sostengo lo contrario».

ralistas, los predicadores de la Iglesia anglicana, aquellos reverendos que viajaban de ciudad en ciudad «por cosas obligadas de su ministerio», modestos y retraídos, ó llenos de ambición por los altos cargos; consejeros del rey ó modestos pensadores dados á las lecciones, en su calidad de *fellow*,— han representado un papel en la historia de los sistemas. Roadly, Peter Brown, Peter King, Joseph Butler y el más grande de todos, George Berkeley, han *visto*, en ocasiones, muchas cosas.

Casi todos son buenos controversistas, contra deístas y librepensadores, y á veces también entre sí. Hoadly, por su sermón sobre «mi reino no es de este mundo»—produce la excisión entre miembros respetables de la Iglesia anglicana, que se empeñaron en la controversia *Bangoriana;* por su parte, Berkeley ataca á Brown; Sherlock no puede llamarse, en este punto, un hombre completamente *tranquilo;* y hasta á Butler le fué reprobado el haber aumentado, con sus sermones y su *Analogía*, el número de los ateos.

Parten de una moral evangélica filtrada al través del temperamento inglés y del alma escocesa. Huyen del utilitarismo, pero no saben poner la *bienveillance* más allá del goce: el altruismo debe ser nuestra regla, porque... así no sufre el egoísmo: debo gozar con los otros... pues de este modo se aumenta el número de placeres á los que íntimamente puedo llamar *míos*.

La parte *desinteresada* de la especulación, en Berkeley, ha sido á menudo confundida con el celo del obispo para hacer desaparecer infieles; y muchos no quieren oir hablar del desinterés científico de un hombre que gastó su fortuna en reformas sociales y que escribió un diálogo para exaltar las propiedades de un agua milagrosa. Contra todas estas apariencias, me parece que puede dirigirse la aten-

ción á dos hechos capitales: la *continuidad* de su especulación, y la *antigüedad* en los comienzos de su vida escolar *(Commenplacebook);* la genialidad inconfundible de su reforma, inexplicable sin una vocación decidida por la Ciencia, que coexistía (sin confundirse) con su celo anglicano; en cambio, los Kants con que obsequió á Europa el señor Romundt hace años, son «Sócrates completados», *Anteos y nuevos Pablos*, (1). Es sensible la fortuna de algunos pensadores, condenados á pasar por obispos.

En las épocas de gran protesta religiosa (el primer tercio del siglo XVIII en Inglaterra, la Revolución en Francia) hay siempre un período, de negación escueta, en que todo misterio se considera aclarado, y este es el período en que se escriben libros como el de Toland, *Cristianity not misterious*, en que la Teología, por su exactitud, pasa á ser un ramo de las matemáticas. La reacción del partido religioso casi nunca se hace esperar, y las predicaciones sobre el «amor de corazón», sobre la cognoscibilidad del eterno principio por vía intuitiva, abundan. El agnosticismo religioso tiene entonces todo su crédito enfrente de las demostraciones rigoristas y *racionales*.

Así hay que considerar el puesto de Mansel, y el más alto de Berkeley en la historia de la filosofía (2).

---

(1) *Die Vollendung des Sokrates.* —(Berlín, Nicolaische Verlag, 1885).
Ein neur Paulus. (Id. íd. 1886).
Neur Aufbau der Lehre Kant's über Seele, Freiheit und Gott (1884).
El autor de estos trabajos, Enrique Romundt, presenta á Kant como un reformador religioso.

(2) «1.° En un primer acto de visión, ninguna cosa tangible puede ser sugerida por la vista.
2.° Un objeto no podría percibirse ó ser conocido á primera vista por el color ni por el grandor ni por la figura». —*(Nueva teoría de la visión*, § 103-105).

§ 285. En todo este ensayo, la palabra ***moral*** se emplea en el sentido de acción intensa, y estado moral es el estado de entusiasmo que es necesario para aprehender el Axioma. En este concepto se hablará de moralidad en las opiniones.

En Descartes, el hombre adquiere la conciencia de su dignidad, y á ella sacrifica el mundo, y hasta aquella parte de sí mismo que lo hace descontento. Queda solo, después de renunciar á todas las intuiciones. Solo con su pensamiento. Aquí puede estudiarse la misma síntesis con que procede el hombre — Humanidad, individualizando cada vez más el Sacrificio, y levantándolo cada vez más de la crueldad en que nace.—Hay, pues, una voluntad heroica: y su desprecio á las formas, se liga con crueldades primitivas.

Descartes, como el Odino de los escandinavos, se sacrifica á sí mismo, como divinidad. La duda cartesiana es la intelectualización del mismo sacrificio de Sócrates ***traducido en lenguaje moderno.*** El ha sido el maestro de todos, no por su «arte para pensar», en el sentido de reglas más ó menos precisas, sino por su gran arte para ***hacer***, que es al mismo tiempo un arte para pensar, en el sentido amplio de la palabra. Esa evolución del sacrificio, que primero es feroz, luego individualista y ***sufridor*** en apariencia, luego ***cartesiano,*** esa evolución corresponde á la misma elasticidad y plasticidad, con que cambia de forma. En las catacumbas, Elías es transportado al cielo en el carro de Plutón, Mercurio crióforo se transforma en Buen Pastor.

Descartes estuvo preocupado constantemente por problemas de matemáticas:—«Pocas horas dedico al día á la Metafísica»—escribía á la Reina de Suecia. Como consecuencia natural de su genio matemático, tuvo siempre delante «reglas conductoras en la Ciencia» idea general á su época y á la gran propaganda científica que intentaba.

Sin embargo, hay que hacer justicia á este intelectualista: «Mon dessein n'est pas d'enseigner la méthode que chacun doit suivre pour bien conduire sa raison, mais seulement de faire voir en quelle sorte j'ai tâché de conduire la mienne». *(Discours de la Méthode.* I). La Expresión á que llegue la ciencia sólo será moral si es sentida. Aun después de destruida la objetividad de nuestros conocimientos, el conocimiento más *expresivo* está en la ley que se impone á las cosas.

§ 286. De toda la iniciación del renovamiento filosófico, la intensidad subsiste. Del discurso del método «pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences» (apareció en Leyde en 1637) queda aquella fuerte concentración de fuerzas hacia el yo, aquella dignificación del hombre, base de un optimismo en la Ley, que hace que el hombre proceda frente á la Naturaleza no como un augur, sino como un amo *(non ut Augures, sed ut duces).* Ese movimiento está vivo en Ramus, Campanella, Bruno, Galileo, Bacon, grandes convicciones dispuestas á la acción. Descartes se hace soldado para ver mundo y tratar hombres, recorre Holanda, Francia, Italia y luego se fija siete años para escribir y meditar silenciosamente, sin dejar de combatir nunca. Los rudos ataques de Bacon á los antiguos, la confianza en los *viejos* de Europa, á que pertenecía, la optimista fe de Galileo en «la comunidad de ciencia matemática que liga al hombre con Dios», forman toda la *moralidad* del Renacimiento que aprovechó de la conciencia la parte de visión, para la acción.

La duda, ante todo, es un acto de voluntad. Su resultado es una *afirmación* del poder del hombre. La enuncia la visión del Axioma; la conduce, la confianza en que la solución no se hará esperar.

La Naturaleza quiere apasionados, quiere vidas. Recorred los grandes pervertidos (desviados) de todos

los tiempos y de todas las historias, fantásticas ó reales; todos tienen un sello inconfundible que no pueden disimular nunca, y que nos los hace preferir al ocioso. La razón íntima de esta preferencia está en que vemos instintivamente en tales desviaciones *cantidades* aprovechables, que esperan nombres más harmónicos. Y hasta la miserable Toupe y la Bigiar tienen, en este sentido, su defensa.

En el seno mismo de la dirección empírica, con Hobbes y Bacon, los platónicos de Cambridge apelan á una lógica dura. Ralph Cudworth es un luchador enardecido, enemistado con el mundo entero; acumula argumento sobre silogismo, hasta agotar la Erística y la Dialéctica del más perfecto gusto medioeval. Tanto él como More preparan el fracaso del platonismo delante del empirismo, que ya tendrá un puesto asegurado en Inglaterra, á partir de entonces. Frecuentemente se hacen conjeturas sobre la especial selección de los ingleses por la escuela experimental. Un estudio detenido de la historia de la filosofía en esta época de luchas entre los platónicos de Cambridge y los baconianos y hobbesianos, aclararía tal vez un punto interesante. Desde un principio, los empiristas en Inglaterra encontraron una escuela idealista desmoralizada. Aun en el seno de su propia familia, Cudworth notaba su influencia desmoralizadora: su hija Damaris (luego lady Masham) fué una decidida anti-malebranchista, y sometió á una crítica dura todo lo concerniente al «amor de Dios». Hacia la mitad del siglo XVII, la Escuela de Cambridge quedó en manos de More, de Smith, de Cudworth, comentadores de Descartes é introductores de la lucha contra un movimiento naturalista, que al fin se impuso. Barrow y Newton eran buenos optimistas, que hicieron armas de sus matemáticas. De derrota en derrota, en el siglo XVIII, en Cambridge, hubo una época en que sólo podían estudiarse

matemáticas. Y, en fin, la Dogmática brillante de los *fellows*, quedó reducida á modestas proporciones teológicas.

Por otra parte, ved con qué temperamentos contaba el empirismo en el siglo XVII: Isaac Barrow, un hombre decidido que deja su cátedra á su discípulo Newton, y él mientras se dedica á la teología. Hombres así preparados á la lucha, anunciaban el triunfo de una tesis filosófica que proclamaba la potencia del hombre y de su influjo. Enfrente del erudito, pero insignificante More, Isaac Barrow es un agitador: — hay modestias «representativas», de una época; y la modestia de More, rechazando tres veces el obispado para componer su *Euchiridión*, partía simplemente de una base: de la falta de ánimos para otra lucha que no fuera la Erística. En cambio, los empíricos conquistan los altos puestos, se introducen en el Estado. Barrow acepta la capellanía de Carlos II, y es canciller de los colegios reunidos de Cambridge. Y, cuando se siente aún dispuesto á influir con otras luchas, se dedica á la composición de sus obras teológicas y morales, dejando el puesto á Newton. Este último rasgo prueba su fuerza, pues el argumento de «débil en matemáticas» no puede emplearse contra el talento excepcional, cuyo nombre es inseparable de la Optica y del Cálculo de diferenciales.

Los sucesores no desmienten el temple: y Baker se niega á leer una Declaración de Ruy, y, encerrado en su Saint-John-College, se da á sus estudios, entre protestas, que le dejan frío.

La escuela escocesa es hija del cartesianismo, por su procedimiento de indagación psicológica; pero es más cartesiana por la parte de confianza en sí que supone la aplicación de ese método que por la ambición especulativa que supone el partir de la psicología para una cosmología. A pesar de todo, y cual-

quiera que sea la opinión en contra de ese paso—representada principalmente en W. Hamilton y en su discípulo Veitch, el último de los escoceses — el procedimiento es legítimo y, sinceramente conducido, hubiera llegado á las consecuencias que proclamamos. Sin embargo, para llegar á tal resultado era preciso partir de un concepto unitario del hombre: y los escoceses estaban muy preocupados en subdivisiones y distinciones para reducir los principios del conocimiento á un grupo de axiomas ó á uno solo (1).

Capítulo II

§ 287. La *inmoralidad* de la palabra está precisamente en esto: sintetizando, abstrayendo cualidades, nos da sombras de objetos, haciéndonos así un mundo falso, materia universal de las «conversaciones». El esquema expresivo de la palabra *árbol* corresponde á otro esquema mental mucho menos preciso: hasta se ha descrito el llamado tipo verbal de imaginación, que solo *ve* sonidos y letras. El uso de la palabra nos ha alejado de la visión del objeto. Todo el esfuerzo de la invención del lenguaje, ¿quién lo recoge hoy día? Muy pocos espíritus atentos que tienen la *consagración* de la palabra. La moralidad de ésta, pues, se funda en su menor carácter de signo sustitutivo, en su fuerza de evocación neta, en la visión que la acompaña. Una infini-

---

(1) Los axiomas de Reid corresponden al concepto newtoniano de *leyes de movimiento*, y son principios de acción para la conducta y para la ciencia; pero la falta de unidad en ellos les hace perder el carácter universal de *ley*.

dad de europeos, hoy día, es como si fueran ciegos, para los efectos diarios de su conducta en el mundo y enfrente de los fenómenos á los que encierra á cada paso en voces y palabras. El sonido articulado, el signo más espiritual de expresión, se convierte así en una tendencia anti-natural, que forma otra de las cualidades del «animal parásito», yuxtapuesto en nuestro sistema nervioso.

Ese uso de la palabra, ha sido un dañopara la palabra misma, como tendencia. Nuestra acusación es contra la perversión de esa tendencia.

Es un hecho, que, guiado y *abreviado* el pensamiento por la palabra, el poder expresivo del hombre amengua. Y así, la *visión* de la Naturaleza es incompleta y confusa. 32 palabras tienen los hotentotes para expresar los colores. ¿Cuántos distinguen nuestros niños? En los museos de pedagogía se ha tenido buen cuidado de reunir aparatos para la educación del «sentido del color»; y, en los laboratorios de Psicología experimental, se hacen experiencias numerosas para fijar el coeficiente individual respecto á esos colores.

Pero el primer proyecto de una pedagogía racional, debe ser el de no «acostumbrar» nunca al niño á la palabra, no hacer jamás de ésta una cosa muerta. ¡No acostumbrarlo á la palabra! La palabra es un yugo hoy para todo «pensador por imágenes».

Hay que hacer, ó intentar, el *milagro* de volver á la primitiva intensidad de la palabra, á la fuerza de correspondencia entre la palabra y la imagen, entre la imagen y las cosas. Un libro será, pues, así, y después de ese *milagro*, como una cosa viva, que tiene en todo momento una significación. Así es como Beethoven, leyendo la *Mesiada*, decía: esto es una sinfonía en re sostenido mayor. Otro gran pensador por imágenes, otro *enfant de la Nature*, no ha hecho otra cosa, durante una gloriosa vida dedicada al

arte, que traducir esa cosa muerta que tenía que manejar, todo ese diccionario inglés á que había de acudir como escritor, en una larga serie de colores y de líneas. Así hay que esforzarse por *moralizar* la tendencia del lenguaje.

La consecuencia de nuestros sistemas pedagógicos (aun los adelantados—hablo principalmente ahora de los *adelantados*) es el descrédito en que ha caído la potencia de memoria, de cuya falta hacen un honor los intelectuales tempranos. Por mi parte, confieso que ninguna cosa me es tan repulsiva en un cerebro como la falta de un buen mecanismo receptor y evocador de las impresiones múltiples que recibe. El poder de dirigir sobre los hechos una potente mirada que los abarque y los comprenda, es limitado siempre si no se funda y no va acompañado, sobre todo, del poder de visión interior que es en el fondo la memoria. La debilidad de ésta, su instabilidad, deriva necesariamente de la falta de una percepción pronta y precisa, del mayor número de detalles en un objeto. No se recuerda sino lo que se percibe, é interiormente, á la mayor parte de espíritus no llega otra cosa que el esquema abreviado de un sonido articulado, *signo* que sustituye á las cosas. Las necesidades de la expresión exigen la síntesis; la rapidez de un pensamiento, la síntesis también; pero la *claridad* de ese mismo pensamiento, y la precisión de su expresión, dependen de la riqueza de los elementos (imágenes) que lo integran.

§ 288. Reducida la sensibilidad á sus términos activos, como tránsito de lo rítmico á lo plástico, el placer y el dolor son categorías fundamentales que entran en el concepto general de expresiones, como la Sensación. La filosofía es un afán continuo del contenido de las cosas. Lo moral no es, pues, vivir fuera del mundo de las emociones, «en el reino de la libertad», sino vivir en aquella parte del

mundo que se revela como Axioma, aplicando la ciencia á la vida.

Hay dos direcciones filosóficas inmanentes en el cristianismo: su desenvolvimiento lógico se explica por la Tendencia á la expresión de esos dos sistemas, que forman el fondo mismo de esa religión, así como el desarrollo histórico es sólo explicable por el cumplimiento de esa dialéctica. Los dos sistemas son: la duda cartesiana (comienzo de la dignificación de la Conciencia en la época moderna) y el sistema de la subjetividad de las cosas sensibles y de la confusión del númeno con el fenómeno (primera época de Berkeley) (1). Los estados sentimentales que corresponden á esos dos estados mentales (que se desarrollaron tarde, según la ley general de evolución de la Tendencia), son: 1.ª, *Cristo como voluntad*, es decir, la renuncia al mundo y á sí, la síntesis de la personalidad, vísperas del sacrificio; 2.ª, la convicción de la comunidad de vida con todo (San Francisco de Asís y la Naturaleza). Un día pudo escribirse: Todas las propiedades que constituyen la intuición de un cuerpo pertenecen á su fenómeno (Kant) y esto fué posible, después que Berkeley había reducido las llamadas *cualidades secundarias* de un cuerpo á las *primeras* (extensión, lugar, impenetrabilidad, forma, materialidad...)

Al descender al Criticismo, Berkeley reconoció la *apariencia*, criticó la percepción, dejó de ser empírico, y, en la reducción de las cualidades segundas á las primeras, antecedió á Kant. Pero, convencido de la *apariencia* de los fenómenos, negó la *cosa en sí*. Se encerró en un inmaterialismo absoluto. Kant

(1) Las cosas sensibles son todas perceptibles inmediatamente, y las cosas que son perceptibles inmediatamente son ideas, y estas ideas existen sólo en el espíritu. (*Philonous*, diálogo II).

descendió hasta el fenómeno, y encontró el número. Así se explica el progreso de Kant, dignificando el mundo y ennobleciendo el hombre, mientras Berkeley, en la época de su decadencia, renuncia al mundo y nos cuenta las virtudes de un agua milagrosa... y se encierra en sí.

§ 289. Al carácter único de claridad, que Descartes quiere para las nociones, Leibniz agrega la distinción. De aquí dos clases de conocimiento: intuitivo y simbólico, correspondientes á dos posibilidades: una lógica y otra real ó de existencia (1). Establecida la distinción entre la potencia y el acto, el *esfuerzo* es el lazo de unión. Esta tendencia le guiará en la física, al crear el «átomo de substancia ó inmaterial» (metafísico) entre el átomo concreto (físico) y el punto (átomo matemático). El objeto de nuestras especulaciones no puede ser sino la *ley* y la *causa*. Este punto de vista separará á Leibniz de los experimentalistas, con que se inaugura el ciclo moderno. (Maine de Biran y la psicología del esfuerzo). Leibniz, sobre todo, se propone una explicación lógica del progreso del conocimiento (2).

Esta explicación la completará el *De intellectu emendatione* y la *Etica*, mediante la ecuación: «ordo et connexio idearum = ordo et connexio rerum». Un filósofo contemporáneo ha puesto á la cabeza de su obra fundamental: «Resultados especulativos ob-

---

(1) Meditationes de cognitione, veritate et ideis. (1684).

(2) M. Boutroux ha notado, en su edición de la Monadología, esta diferencia, con su habitual claridad é ingenio: Leibniz busca en lo infinito la razón de lo finito; Maine de Biran busca en el hecho la causa de la idea. Las verdades necesarias son, para Leibniz, la condición de inteligibilidad del yo; el hecho del esfuerzo es, para Maine de Biran, el origen cronológico del sentimiento de sí mismo y de las nociones que con él se relacionan.

tenidos por el método inductivo de las ciencias». Con el mismo criterio puede partirse de la matemática.

Hay un tránsito curioso en la cosmología griega, explicada por los filósofos. Cuando se ve una historia de la filosofía griega, en el siglo v, se ve cómo con Anaxágoras, las antiguas *causas sentimentales*, origen del Universo, cambian en otra intelectual. El odio, el amor, la amistad, la discordia de Empédocles y de Xenófanes, se convierte en el νοῦς de Anaxágoras. Los historiadores aseguran que tal concepto de inteligencia es grosero, que nada hace suponer que se tuviera la idea noble de la Inteligencia, que luego hará el tema espiritualista de Sócrates y de Platón. Pero el paso del elemento sentimental al intelectual, tan bruscamente, no se explica sino por la Intuición de la identidad de ambos. Esta convicción informará toda una corriente especulativa, y guiará los esfuerzos más audaces hacia la síntesis: la escuela mística del Renacimiento, desde Jakob Bœhme, fundó su Unitarismo cosmológico en la oposición de términos, reducidos á un tercero, *potencial*, con capacidad de desdoblarse. Esto es lo que le hace identificar el Ser con la nada. Los *precedentes* de esta concepción están en la cosmología según la cual Dios sale del silencio y del abismo. En el principio, Dios es el silencio y el abismo. De ahí proceden todas las cosas. Sin embargo, en esa complicada construcción psicológica, ya hallan una dificultad para reducir la emanación á Dios. ¿Cómo Dios sale de sí? ¿cómo se manifiesta sensiblemente? Este será el problema que se transmitirá á toda la antropología, aun después de Descartes. La dificultad de *ver* cómo lo sensible pasa á intelectual (el problema metafísico es á la inversa: cómo lo puro ideal pasa á sensible) hará insistir en el *Timeo* sobre la imposibilidad de que Dios produzca otra cosa que

Dios mismo. *Luego el mundo no procede de él.* Así se crean los dioses menores (astros, ideas, arquetipos, etc.) Los sucesores, por su parte, dieron á Dios (el silencio, el abismo) una fuerza de emanar y de manifestarse: á esa fuerza la llamaron *Demiurgo*. Y de este modo nació el Dios alejandrino, en la teología de Filón.

Contra la *inmoral* filosofía de Tomás de Aquino es un progreso Duns Scot; y contra las argucias y los *quodlibet* del doctor sutil, un progreso Guillermo de Ockam. Tomás de Aquino defiende un principio de información en todo — la Inteligencia,— da *leyes* al Universo según esa inteligencia. Scot lo sacrifica, en cambio, todo á la *espontaneidad* de la Tendencia, á la voluntad: para él las llamadas LEYES MORALES tienen el mismo valor relativo que otros hechos cualesquiera. Ese indeterminismo de la Tendencia se liga íntimamente con su concepción del *orden práctico* y del destino del hombre. Cuando no fué sutil fué intenso, y entusiasta en la especulación, es decir, moral. Pero cuando fué sutil se contradecía á sí mismo, es decir, la parte más fuerte de sus doctrinas. La escuela mística alemana del siglo XIV se opone al tomismo y está formada con entusiasmos de una lógica práctica, moral, opuesta á la crítica de Aristóteles. Son los grandes optimistas de la época, que preludiaron la revolución filosófica del siglo XVII. Descartes tiene en ellos sus predecesores más fuertes: procedían de la *introspección*, del renunciamiento á las apariencias, de la unión íntima del hombre con Dios, que se consigue sólo en el interior del *yo*. Eckhart es el maestro de todos; Tauler y Suso le siguen. Eckhart da la metafísica y Tauler la teología predicatoria ó evangélica (1). Suso es

---

(1) Sus 48 ó más sermones en 1884, pueden leerse en alemán moderno, por la ed. de Franckfort, 1864.

más apasionado, más lírico; y el popularizador del amor á la *Ewige Wissheit*. De la escuela de Eckhart nació Nicolás de Cusa. Sus ideas teológicas, opuestas al tomismo, anuncian ya francamente la renovación del espíritu (1).

La vocación por la filosofía exige un fondo de sentimientos y un alma naturalmente inclinada á descubrir las relaciones íntimas de las cosas, sin sentirse atraída parcialmente hacia un determinado objeto. El genio antiguo definía la aptitud especulativa como un entusiasmo, como un *amor*. Pero el amor que se posesiona del hombre nacido para la Ciencia es aquella pasión universal descrita por Platón. «No está presente (el filósofo) sino en cuerpo, en la ciudad que habita. Su alma, considerando todos los objetos sensibles como indignos de ella, se pasea por todas partes, midiendo, según la expresión de Píndaro, las profundidades de la tierra y la inmensidad de su superficie, elevándose hasta los cielos para contemplar el curso de los astros, dirigiendo una mirada curiosa sobre la naturaleza íntima de todas las grandes clases de seres de que se compone el universo, y no descendiendo á ninguno de los objetos que están cerca de ella.»

La mayor parte de las causas invocadas sobre el origen de una creencia mítica, no son sino *correlativos*, que condicionan el conocimiento. El problema es mucho más complicado; pues no se trata ya de

---

Pfeiffer. *Deutsche Mystiker*, Leipzig, 1857.
Preger. *Geschichte der deutschen Mystik*, 1882, Leipzig.
Jundt. *Les amis de Dieu au XIV siècle*. (París, 1879).

(1) Cuando Falckenberg (Richard) escribió su Historia de la filosofía moderna, partió de Nikolaus von Kues. Pero, en realidad, el movimiento moderno de la filosofía es anterior. *Gesch. der neueren Phil. von Nik. von Kues bis zur Gegenwart*. (Leipzig, 1886).

esas causas ocasionales, dependientes del medio, sino de estas dos convicciones: 1.ª Lo que *veo* es animado, es como yo, me comprende; 2.ª Tengo el *deber* (sacrificio, amor, piedad).

Para establecer una sola *forma* de pensamiento es preciso ya saber el *resultado* (intuitivamente) del pensamiento mismo. En apariencia, el que va demostrando ó teoremizando, no tiene una *Intuición de totalidad* del objeto de su discurso, sino que éste va resultando por partes. Pero, en realidad, ninguna de estas partes podría tener una expresión (síntesis) sin los elementos de la expresión misma, es decir, de la fórmula total á que, como un sistema en otro sistema, corresponde. Tanto el nominalismo radical (*nomina*, voces, flatus vocis) como el moderado de Abelardo y Guillermo de Ockam (*conceptos* del espíritu) pueden hallarse legítimos, pero en un sentido en que quizá hasta ahora no se ha insistido: el Axioma existe en el espíritu del hombre, con tanta realidad que toda *expresión* es imposible (1).

§ 290. Lull nos da la clave de las definiciones: puestos los principios de un sistema de proposiciones, considera en cada una: 1.º, su relación con todos los demás: 2.º, su relación consigo misma, y, en vista de estos dos caracteres, define. El modelo de las definiciones nos lo da en la parte de la *instrumentativa* que trata de la genealogía de las virtudes, con aquella claridad intuitiva que Kant suponía en todo lector de la Crítica. Pero el entendimiento sutil que alcanzó la definición de los principios, no concebía el cero como «contención absoluta de la calidad» y definía la *Minoritas: ens circa nihil.* Todo el concepto

---

(1) *Axiomata* sunt quae ab omnibus pro manifestis habentur, et attente considerata ex terminis constant. (Leibniz. Consilium de encycl. nova, in *Opuscules*, de L. Couturat. (París, 1903).

de cantidad informa el sistema: «In angelo est minoritas nam ex nihilo est creatus».

En el proemio del *Ars magna et ultima* se declara que el intelecto humano consta, más que de ciencias, de opiniones, y que debe fundarse una Ciencia de que deriven todas las demás. Esta Ciencia es posible, porque la Naturaleza es buena, y por esto puede conocerse su esencia. «Natura est bona. Et per talem praedicationem Naturae Essentia et Agentia cognosci potest.» El fundamento de optimismo intelectual es la participación en la bondad.

Nullum Ens Naturaliter Bonum est sine Correlativis Naturaliter Bonis. Et hæc Major sic probatus:

- *Nullum* Ens Naturaliter Bonum est sine illo sine quo Ens Bonum non esset Bonum.
- *Sed* sine correlativis Ens Bonum non esset Bonum. Hæc Minor sic probatur:
  - *Nullum* vacuum et otiosum est Bonum.
  - *Sed* ens Bonum sine correlativis esset vacuum et otiosum. Sine ijs enim nullam haberet actionem aut motum Naturalem.
  - *Ergo* Ens Bonum sine Correlativis non esset Bonum.
- *Ergo* Nullum ens naturaliter Bone est sine correlativis naturaliter Bonis.

Sed Natura est Ens Bonum, ut patet.
Ergo Natura non est sine correlativis naturaliter Bona. Haec autem sunt Naturam Bonificans, Naturabile Bonificabile Naturare Bonificare. Ex quibus constitum est Ens naturaliter Bonum (1).

Una genuina vocación especulativa se revela, ante todo, como una intrepidez espontánea para opinar. Como los objetos del mundo y de la vida se aparecen siempre como símbolos, que hay que reves tir de un pensamiento, las opiniones no ganan un ánimo espontáneamente llamado para especular. Este entendimiento es casi en absoluto, y desde los primeros pasos, la norma de sí mismo; y su crecimien-

---

(1) Ms. 2,008 de la Biblioteca Mazarine. Raym. Lullio, *Liber physicorum*.

to es por intususcepción, es decir, que pone en las cosas más de lo que éstas pueden darle; y no toma las palabras de otro, sino como un excitante para hablar las propias palabras. En los tipos más delicados de esta clase intelectual, esta ley de crecimiento puede comprobarse siempre, aun en los casos en que se les sorprende en contradicción, cuando parece que burlan la misma ley de sí mismos. La fuerza de ese estado está tan íntimamente unida á su eficacia práctica, que, como obedeciendo á un automatismo independiente de toda influencia, el retorno á la normalidad se verifica con pocas oscilaciones. Esa regulación interna de los propios actos, es la marca de todo espíritu especulativo.

El hombre es un animal serio. La Naturaleza, además, lo quiere apasionado. Cuando no pone su seriedad en unas cosas la pone, en otras. Cuando la pasión no se califica de un modo, se califica necesariamente de otro. Una de las observaciones más constantes que puedan hacerse tratando á los hombres, se refiere á esas *desviaciones* de la seriedad y de la pasión de unos asuntos á otros, como si realmente se tratase de una cantidad que no puede dejar de estar presente de algún modo y en cualquier sitio. Algo del principio general, según el cual la energía no puede destruirse, parece cumplirse aquí con rigor. La despreocupación con que se discurre sobre las cuestiones más delicadas, predispone poco á establecer una relación entre la *seriedad* y el carácter de los hombres. Sin embargo, ved la seriedad profunda, dolorosa, con que ponen toda su decisión en ciertos detalles minúsculos: por ejemplo, en el juego, en los detalles del juego principalmente. Aun en sus mismas conversaciones, sólo notaréis la falta de seriedad cuando hablan de asuntos verdaderamente serios; pero tal seriedad la veréis aparecer, sin excepción, tan pronto como se

discurra de futilidades. Esa inversión del sentido de las cosas es, sin duda, la prueba de una miseria moral; en cambio, siempre resulta que el hombre es un animal serio y que la Naturaleza lo quiere apasionado. Por una sola duda sobre los grados de calor en que este verano aventaja al pasado, se inaugura una amplia información y se dan informes y referencias abundantísimas. Es muy curioso observar cómo se agigantan las cosas más despreciables, cómo se las inunda de luz, cómo se las hace girar para mejor considerarlas. La murmuración es un caso particular de apasionamiento desviado. Puede encontrarse un temperamento opuesto á toda idealidad, cínico, sin pureza: estad seguros de que, por lo menos, la interpretación de un gesto le apasionará. Los caracteres, que en el lenguaje usual, se llaman *susceptibles* no son más que esos desviadores del entusiasmo. Y es natural que, mientras Alessio discurra con su abogado sobre el próximo divorcio, el abogado cace moscas.

El hombre es un animal clasificador, y á todos los impulsos que recibe pone nombres concretos. Por estos nombres, cada cual, según se dice siempre, es el autor de su desdicha ó de su felicidad. El filisteísmo sigue, en todas las latitudes, sus naturales fases de crecientes y menguantes; pero en la mayoría de los casos, casi tantas veces como nosotros nos amoldamos á las circunstancias, las circunstancias se amoldarían á nosotros. Como hombre, como unidad en la ciudad, soy insignificante y debo acomodarme á la *norma;* como hombre dominado por un entusiasmo, ya no me pertenezco, ni pertenezco á las cosas ni formo parte de la ciudad, sino mediante aquel entusiasmo. La vocación para la vida es el preliminar necesario de toda otra vocación.

La seriedad es el primer instinto del hombre, la primera convicción que le hace filósofo — de una

parcela insignificante de tierra ó del universo. Esta seriedad es la expresión moral *más íntima* de nuestra propia esencia. En nuestro modo de apreciar las cuestiones, es la emoción-tipo y la *materia* de todo entusiasmo: deriva directamente del principio que *causa* la evidencia y *causa* la forma.

Capítulo III

§ 291. La diferencia entre el conocimiento discursivo y el conocimiento del Axioma, presente en cada expresión del pensamiento ó de la forma, es la misma que media entre la sensación, es decir, el sistema de proyecciones que construyen un objeto, y el Espacio donde este objeto se sitúa. La Ciencia es el entusiasmo que nos eleva al elemento organizador de los símbolos, donde toda evidencia tiene su *causa*. La historia de las creencias es la historia de las expresiones del Axioma, en la visión racional. El atraso de la especulación pura en nuestro tiempo, parece un contrasentido ante el gran desarrollo de las ciencias particulares. Sin embargo, el espíritu especialmente dotado para hacer la síntesis, se hace esperar. A Spencer le ha faltado el entusiasmo especulativo que inspiró *Primeros principios* también á Damascio, á Kant y á Newton: además, se resintió de una cultura deficiente en matemática. El movimiento de libración en un moderno, para pasar de las cuestiones científicas puramente á las divinas, es mucho más penoso que en cualquier otro tiempo lo ha sido; la flexibilidad de espíritu, el recogimiento de la vida y la rapidez y extensión de visión, son cada vez más difíciles. El especulador no habla una lengua original, y no puede llamarse libre, hasta

que no ha sabido ver lo inédito de cada sensación, de cada pensamiento *en la historia* y lo inédito de su propio yo. La primera parte de esta enseñanza es la más difícil; es la percepción directa del Axioma en las formas exteriores, en una contemplación parecida á la religiosa y á la artística. La segunda parte es la vigorosa curiosidad sin valla, la insistencia de atención á todos los puntos del tiempo pasado. La vocación por la historia no puede ser sometida á reglas, y el hombre que carece de ella, no puede aspirar á muchos progresos.

Casi no se puede pensar en un *historiador*, sin pensar en un espíritu completo, en que se concilian dos tendencias ó vocaciones que rara vez se dan simultáneas. La vocación por el análisis, que da la visión distinta de los hechos, absorbe generalmente toda la curiosidad del hombre que estudia; un especial modo de estar organizada la conducta, en el cultivo de las ciencias, favorece generalmente esta absorción; pues como la Ciencia necesita continuamente acumular y descubrir, cualquiera investigador del detalle tiene en ella su puesto. Por esa exigencia del espíritu práctico, aplicado al estudio, un trabajador subsiste y se especializa, no sólo en el sentido de suprimir pérdidas ó dispersiones de atención, sino también gasto de emociones. Pero un *historiador* necesita una excitación sostenida, y su apasionamiento no puede ser absorbido en el trabajo de la documentación. El espíritu llamado para esta obra se reviste de la forma del medio en que estudia; pero no puede perder su personalidad moderna. En el límite, la dificultad de perder su condición de europeo de cualquiera nación, en este siglo, se convierte en una condición indispensable para producir la obra. Porque el «historiador» no puede definirse sólo como el hombre que evoca. Un hombre que hace su viaje para el pasado, debe co-

nocer los puntos del trayecto y del cruce. Este deber científico exige una seriedad y una sinceridad cuyos grados pueden variar de un espíritu á otro; pero cualquiera que sea la intensidad de ambas cualidades, deben estar presentes en todo momento. Ellas califican la vocación, separándola de lo que no es sino su eco lejano.

Esa aptitud da el poder especial de añadir nuevos estados de alma, y de integrarlos en virtud de sus naturales atracciones, infunde el arte maravilloso é innato de Cardan, de poder absorber el volumen más pesado en el espacio de algunos días.—La última parte de la iniciación científica, las resume todas, y el hombre no puede entregarse á otra ciencia más honda que á la del estudio de su conducta para hacerla *libre*, sin lo cual nadie puede ser llamado sabio. A las crisis del entusiasmo suele seguir el abandono de todo ideal, ó el olvido, por una ley del ritmo. Pero el filósofo debe estar continuamente sobre esa ley. Esta unión de la práctica y de la especulación es tan difícil que, casi únicamente á esta dificultad, hay que atribuir la pobreza metafísica de nuestra época.

La autoridad es una tendencia, y, como cualquiera otra, debo elevarla en mí mismo, y educarme por ella. *Eleuterio* cultiva aquella parte de sí mismo que le da la autoridad, y por eso es libre. Enfrente de mi persona, quiero guardar la misma actitud que enfrente de las cosas: me olvidaré, pero mi *esencia* será el primer objeto de mi respeto.

A toda experiencia la someteré á una ley, y así cada hecho de sensación servirá para elevarme, construyendo una ciencia; pero ésta ha de servir para darme un nuevo impulso hacia otra región.

FIN DEL SEGUNDO Y ÚLTIMO TOMO

ÍNDICE

TOMO PRIMERO

INTRODUCCIÓN

PRIMERA PARTE

SEGUNDA PARTE

LIBRO I

PRIMERA PARTE

De la cantidad

SEGUNDA PARTE

Teoría de la serie

TERCERA PARTE

Del orden de las sucesiones

TOMO SEGUNDO

LIBRO II

PRIMERA PARTE

Elevación al Conocimiento

CAPÍTULO I

CAPÍTULO II

Capítulo III

PARTE SEGUNDA.—Porismas

Problemas elementales de una matemática, como ciencia de la calidad

TERCERA PARTE

Del Axioma

Capítulo I

Capítulo II

LIBRO III

PRIMERA PARTE

El Axioma, como principio organizador de los hechos de conciencia

SEGUNDA PARTE

El Axioma, como principio de las acciones y de los propósitos

Capítulo I

Capítulo II

Capítulo III

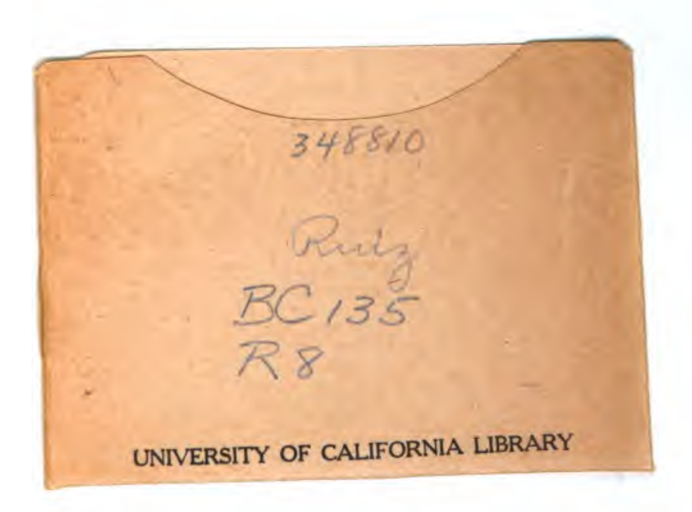
TERCERA PARTE

De la vocación especulativa

Capítulo I

CAPÍTULO II

CAPÍTULO III


348810
BC135
R8
UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY



